

انواع چارچوب‌های بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان و مقایسه آنها با هم

حمید رضا علی محمدی^۱، مهدی کرامتی نژاد^۲، مهدی کرباسیان^۳ و کریم آتشگر^۴

۱- پژوهشگر مستقل، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، hataf1353@gmail.com

۲- دانشجوی دکتری صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، keramatymahdi@yahoo.com

۳- استاد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، mkarbasi@mut-es.ac.ir

۴- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، atashgar@iust.ac.ir

چکیده

از جمله روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی بر پایه عدم قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان (RBDO) می‌باشد. در چند دهه گذشته طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان مورد توجه محققین قرار گرفته و کاربرد آن همواره در حال گسترش می‌باشد. از دلایل اصلی مورد توجه قرار گرفتن این روش، این است که در زمان طراحی یک سیستم پیچیده مهندسی در محیط طراحی چندموضوعی، تصمیم‌گیری مطمئن‌تری داشته باشیم. به هر حال سودمندی این روش در سیستم‌های طراحی چندموضوعی به طور گسترده توسط محققان تایید شده است ولی پیچیدگی و بار محاسباتی آن به دلیل توجه به ارزیابی تغییرات عملکرد ایجاد شده به واسطه عدم قطعیت سیستم، از جمله چالش‌های آن است. در این مقاله انواع چارچوب‌ها و روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان معرفی و کارایی، دقت و پایداری آنها مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: طراحی بهینه چندموضوعی، عدم قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، انواع چارچوب‌های RBDO^۱

مقدمه

مورد توجه قرار گرفته است، بطوریکه طراحی بر اساس قابلیت اطمینان به صورت یک معیار مهم از ملزومات طراحی در چنین صنایعی به شمار می‌رود. از طرفی محدودیت‌هایی از قبیل وزن، حجم، مشخصات عملکردی و قیمت تمام شده، در طراحی محصولات و مکانیزم‌ها وجود دارند که نقش بهینه‌سازی را در استفاده از اجزاء سیستم، پررنگ‌تر می‌کنند. همچنین یکی از مهمترین مباحث در مهندسی سازه نیز، قابلیت اطمینان در شرایط کاری است. وجود عدم قطعیت در خواص و ابعاد مصالح به کاررفته و نیز بارگذاری سازه، ایجاب می‌نماید که در طراحی سازه‌ها از توابع احتمالی استفاده گردد.

روش‌های بهینه‌سازی ابزار قدرتمندی هستند که امکان دستیابی همزمان به اهداف متضاد نظیر کارایی، هزینه و قابلیت اطمینان را از طریق توسعه مفهوم یکپارچگی در طراحی امکان‌پذیر می‌سازند. بهینه‌سازی و قابلیت اطمینان که تحت عنوان بهینه‌سازی بر مبنای

در چند دهه گذشته طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان بسیار مورد توجه بوده و کاربرد آن همواره در حال گسترش می‌باشد. از دلایل اصلی مورد توجه قرار گرفتن این روش، این است که در زمان طراحی یک سیستم پیچیده مهندسی در محیط طراحی چندموضوعی تصمیم‌گیری قابل اطمینانی داشته باشیم. به هر حال سودمندی این روش در سیستم‌های طراحی چندموضوعی به طور گسترده توسط محققان تایید شده است ولی پیچیدگی و بار محاسباتی آن به دلیل توجه به ارزیابی تغییرات عملکرد ایجاد شده به واسطه عدم قطعیت یک سیستم، کاربرد آن را نادر کرده است.

امروزه مبحث افزایش قابلیت اطمینان و کاهش احتمال خرابی سیستم‌ها، در صنایع حساسی نظیر صنایع هوافضا و دفاعی به شدت

¹ Reliability base design optimization



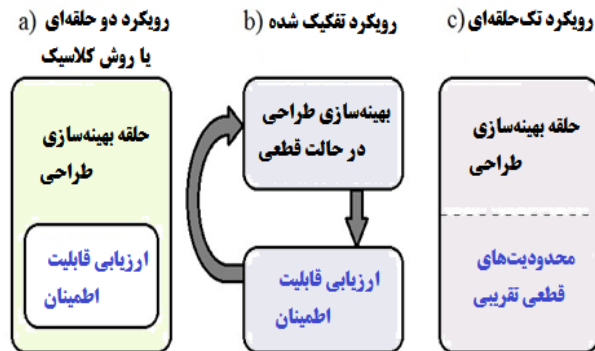
شکل ۱: انواع چارچوب پیاده‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان [۲]

بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان

در سال‌های اخیر روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی، بر توسعه‌ی روش‌های بهینه‌سازی و طرح‌های نوین برای سیستم‌های وسایل هوافضایی متمرکز می‌باشد. بهینه‌سازی طراحی سیستم‌های هوافضایی مستلزم انجام مصالحه بین موضوعات گوناگون با در نظر گرفتن اثرات متقابل، جهت دستیابی به اهداف مختلف مانند عملکرد بالا، ایمنی و قیمت پایین می‌باشد. در گذشته فرآیند طراحی، ارتباطات میان متغیرهای طراحی و موضوعات مختلف را در نظر نمی‌گرفت که معمولاً پروژه‌های فضایی با شکست همراه بود و به طرح بهینه نمی‌انجامید. در صورتیکه بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی، یک فرآیند طراحی است که اثرات متقابل موضوعات مختلف مهندسی را در طراحی به حساب می‌آورد تا به یک طرح بهینه برسد. در بهینه‌سازی طراحی سنتی اکثر مهندسان برای سادگی فرض می‌کردند که متغیرهای طراحی در مسئله بهینه‌سازی قطعی هستند و عدم قطعیت‌ها را که به طور ذاتی در متغیرهای طراحی و پارامترها و همچنین شبیه‌سازی وجود دارند، در نظر نمی‌گرفتند. در حالیکه در واقعیت، سیستم‌های مهندسی تحت تاثیر منابع زیادی از عدم قطعیت‌های طراحی هستند. در نتیجه توسعه روشی برای مسائل بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی تحت عدم قطعیت، موضوعی شد تا محققان به آن بپردازند. یکی از روش‌های بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی بر پایه عدم قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان می‌باشد. بنابراین باید طراحی را با فرض عدم قطعیت در متغیرها و بر مبنای قابلیت اطمینان انجام داد.

چارچوب پیاده‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان

انواع روش‌های حل مسائل RBDO طبقه‌بندی شده و کارایی، دقت و پایداری آنها را مورد مقایسه قرار دادند [۱]. روش‌های اصلی حل مسائل را می‌توان به سه دسته، رویکرد دو حلقه‌ای، رویکرد تک حلقه‌ای و رویکرد جدا (تفکیک شده) تقسیم نمود. حل مسائل RBDO را به دو دسته تقسیم‌بندی نمودند که در شکل (۱) انواع چارچوب و در شکل (۲) ساختار این رویکردها آورده شده است [۲].



شکل ۲: ساختار انواع پیاده‌سازی بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان [۱]

رویکرد دو حلقه‌ای یا روش کلاسیک

روش متداول برای حل مسئله بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان استفاده از چارچوب دو حلقه‌ای است؛ به طوری که در حلقه خارجی الگوریتم بهینه‌سازی، نقطه بهینه را جستجو می‌کند و در حلقه داخلی تحلیل قابلیت اطمینان انجام می‌گیرد و این روند تا رسیدن به طراحی بهینه ادامه پیدا می‌کند. بنابراین، باید به این نکته توجه داشت که هزینه محاسباتی ساختارهای دو حلقه‌ای، به ویژه زمانی که مسئله دارای تعداد بسیار زیادی قیود احتمالاتی یا توابع عملکردی غیرخطی باشد، بسیار قابل توجه و طاقت فرسا خواهد بود رویکردهای کلاسیک مبتنی بر روش‌های تقریبی و رویکردهای مبتنی بر مدل جایگزین می‌باشند.

بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان به منظور دستیابی به یک طرح بهینه با احتمال شکست مشخص است. این روش طراحی امکان ایجاد مصالحه بین افزایش قابلیت اطمینان و کاهش هزینه را فراهم می‌کند.

از مرسومترین روش‌های کلاسیک در این زمینه :

۱- روش شاخص قابلیت اطمینان (RIA)،

۲- روش اندازه‌گیری عملکرد (PMA)

مشکل اساسی در به کارگیری این روش‌ها بار محاسباتی قابل توجه آنها می‌باشد که ناشی از فرایند تحلیل نامعینی‌ها است. از اینرو، همانطور که در بسیاری از مراجع بیان شده است، روش‌های کلاسیک

³ Performance Measure Approach

¹ Double loop approach

² Reliability Index Approach

به منظور رفع و یا تعدیل مشکلات نوع اول، روش‌های تقریبی مختلفی نظیر روش‌های تک‌حلقه‌ای و تفکیک‌شده^۳ توسعه یافته‌اند.

روش ترتیبی بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان (SORA) از جمله روش‌هایی است که به منظور بهبود روش‌های RBDO توسعه یافته است. روش SORA یا سری نمودن چرخه تحلیل قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی موجب تفکیک ساختارهای دو حلقه‌ای می‌گردد.

در روش PMA، با استفاده از حل یک مسئله قابلیت اطمینان معکوس، شاخص احتمالاتی به شاخص عملکرد تبدیل می‌شود و سپس جستجو به دنبال نقطه‌ای با عملکرد پایین بر روی صفحه قابلیت اطمینان مطلوب صورت می‌گیرد [۴]. از یک استراتژی تک حلقه شامل بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده می‌گردد. از آنجایی که در روش SORA، تحلیل قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی معین به صورت ترتیبی صورت می‌پذیرند، بهینه‌سازی معین نیازمند ارزیابی قیود جابه‌جا شده می‌باشد. همچنین با به‌کارگیری این روش، در روند یافتن اطلاعات قابلیت اطمینان که با استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان معکوس محاسبه صورت می‌پذیرد، حساسیت و مقدار توابع قیود احتمالاتی در MPP می‌گردند [۵].

در روش SORA از یک استراتژی تک حلقه بهره می‌برد که در آن بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان به صورت سری انجام می‌شوند. در هر سیکل از روش SORA، بهینه‌سازی و تحلیل قابلیت اطمینان به صورت مجزا صورت می‌پذیرند. بنابراین نیازی به تحلیل قابلیت اطمینان درون ساختار بهینه‌سازی نبوده و موجب تسهیل فرایند طراحی می‌گردد [۶].

مفهوم کلیدی در روش SORA انتقال و جابه‌جایی مرز قیود نقض شده در جهت امکان‌پذیر و ممانعت از جابه‌جایی مرز قیودی است که برآورده شده‌اند. در این روش با تحلیل قابلیت اطمینان براساس MPP و نقاط بهینه چرخه قبلی، MPP جدید به دست می‌آید. در نتیجه بردار انتقالی مشابه معادله زیر به دست می‌آید. باید توجه داشت که هر قید احتمالاتی بردار انتقال و در نتیجه MPP مختص به خود را داراست. زمانی که MPP جدید به دست آمده به قدر کافی نزدیک به نقطه بهینه حاصله از بهینه‌سازی در سیکل قبل باشد، تغییرات بردار انتقال در هر سیکل به سمت صفر میل خواهد نمود که موجب عدم جابه‌جایی مرز قیود می‌گردد. چنین روندی تا زمانی که تمامی قیود احتمالاتی برآورده نگردند مرتباً در هر سیکل تکرار خواهد شد.

$$\vec{s}_j^k = \vec{\mu}_X^k - \vec{X}_{MPP_j}^k$$

که μ_X^k بردار مقدار میانگین متغیرهای ناکامعین و $X_{MPP_j}^k$ معکرف MPP مربوطه که برای قید احتمالاتی j -ام در هر سیکل می‌باشند. با استفاده

به دلیل مشکلات بار محاسباتی منتج شده از محاسبه قیود قابلیت اطمینان، دارای سرعت همگرایی پایین و یا حتی عدم همگرایی هستند.

روش شاخص قابلیت اطمینان

ساختار روش RIA براساس تعیین این موضوع که آیا قیود احتمالاتی براساس شاخص قابلیت اطمینان برآورده می‌گردند یا خیر می‌باشد [۳] در این روش حلقه خارجی مسئله RBDO به صورت زیر تعریف خواهد گردید.

$$f(\vec{d}, \vec{p}) \text{ کمینه کردن } \beta_j(\vec{U}) \geq \beta_j^t, j = 1, \dots, n \text{ نسبت به}$$

$\vec{d}^l \leq \vec{d} \leq \vec{d}^u$ در این روش، مسئله بهینه‌سازی حلقه داخلی به منظور تحلیل قابلیت اطمینان به صورت زیر و در فضای استاندارد نرمال تعریف می‌گردد.

→ $\|\vec{U}\|$ کمینه کردن $G_j(\vec{U}, d) = 0$ نسبت به که \vec{U} بردار متغیرهای نامعین با توزیع نرمال در فضای استاندارد نرمال بوده و $G_j(\cdot)$ قید احتمالاتی می‌باشد که در فضای استاندارد نرمال تعریف شده است. با حل معادله بالا می‌توان MPP را که به عنوان نقطه بهینه u^* در فضای استاندارد نرمال و x^* در فضای اصلی (حقیقی) تعریف می‌گردد، به دست آورد.

روش اندازه‌گیری عملکرد

روش PMA با استفاده از جستجوی حداقل مقدار تابع قید در شرایطی که شاخص قابلیت اطمینان هدف را برآورده نماید، به نتایج قابل اطمینان دست می‌یابد. مسئله RBDO بر پایه PMA به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$f(\vec{d}, \vec{p}) \text{ کمینه کردن } G_{mj}(\vec{d}, \vec{p}) \leq 0, j = 1, \dots, n \text{ نسبت به}$$

$\vec{d}^l \leq \vec{d} \leq \vec{d}^u$ که G_{mj} ماکزیمم مقدار قید نام می‌باشد. در این روش مسئله بهینه‌سازی حلقه داخلی به منظور ارزیابی قابلیت اطمینان به صورت زیر و در فضای استاندارد نرمال تعریف می‌گردد.

$G_{mj} = \max G_j(\vec{U})$ کمینه کردن $\|\vec{U}\|$ نسبت به فرمول‌بندی تحلیل قابلیت اطمینان در روش PMA به صورت تحلیل قابلیت اطمینان معکوس نسبت به روش RIA بیان می‌گردد. بنابراین نتیجه به دست آمده از روش PMA تحت عنوان محتمل‌ترین نقطه معکوس (IMPP) بیان می‌گردد. بنابراین، در نقطه U^* حاصل شده در روش PMA، قید $G(U)$ کمترین مقدار ممکن را خواهد داشت.

روش تکامل یافته (SORA)

³ Decoupled approach

¹ Sequential Optimization and Reliability Assessment

² Single loop approach

عملکردی غیرخطی باشد، قابل توجه خواهد بود. لذا، برای حل این چالش بیشتر محققین این حوزه از رویکردهای کلاسیک مبتنی بر روش‌های تقریبی و رویکردهای مبتنی بر مدل جایگزین استفاده می‌نمایند. چارچوب دومی که معرفی شد، اگرچه روش‌های تک‌حلقه‌ای منجر به کاهش هزینه محاسباتی می‌شوند، ولی قابلیت تخمین مقادیر پایین احتمال شکست (Pf) بسیار زمانبر خواهد شد. با این حال محققینی که از این روش استفاده می‌نمایند در حال استفاده از روش‌های تکاملی می‌باشند که زمینه تحقیقات گسترده‌ای خواهد شد.

مراجع

- [1] Aoues, Y. Chateaneuf A., Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 41, No. 2, pp. 277-294, 2010.
- [2] Bataleblu, A. A. Roshanian, J. Ebrahimi, B. An Augmented Surrogate-Assisted Reliability-based Design Approach and Application to Complex Systems Design. mme.modares.ac.ir. Vol. 18, No. 3, pp. 247-258, 2017.
- [3] Deb, K. Gupta, S. Daum, D. Branke, J. Mall, A. K. Padmanabhan D., Reliability-based optimization using evolutionary algorithms, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 13, No. 5, pp. 1054-1074, 2009.
- [4] Tu, J. Choi, K. K. Park, Y. H. A new study on reliability-based design optimization, ASME Journal of Mechanical Design, Vol. 121, No. 4, pp. 557-564, 1999.
- [5] Du, X. Chen, W. Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design, Journal of Mechanical Design, Vol. 126, No. 2, pp. 225-233, 2004.
- [6] Cho, T. M. Lee, B. C. Reliability-based design optimization using a family of methods of moving asymptotes, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 42, No. 2, pp. 255-268, 2010.
- [7] Du, X. Guo, J. Beeram, H. Sequential optimization and reliability assessment for multidisciplinary systems design, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 35, No. 2, pp. 117-130, 2008.
- [8] Cho, T. M. Lee, B.C Reliability-based design optimization using a family of methods of moving asymptotes, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 42, No. 2, pp. 255-268, 2010.
- [9] Cho, T. M. Lee, B. C Reliability-based design optimization using convex linearization and sequential optimization and reliability assessment method, Structural Safety, Vol. 33, No. 1, pp. 42-50, 2011.
- [10] Li, Y. Jiang, P. Gao, L. Shao, X. Sequential optimisation and reliability assessment for multidisciplinary design optimisation under hybrid uncertainty of randomness and fuzziness, Journal of Engineering Design, Vol. 24, No. 5, pp. 363-382, 2013.

از روش SORA، فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر بیان می‌گردد.

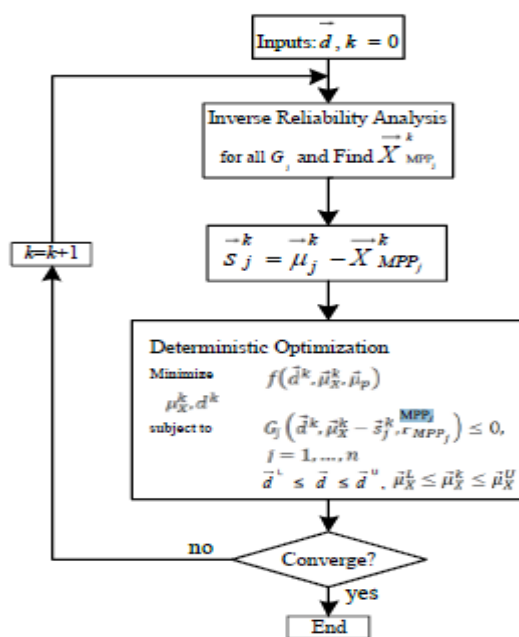
$$\text{کمینه کردن } f(\vec{d}^k, \vec{\mu}_x^k, \vec{\mu}_p)$$

$$\text{نسبت به } G_j(\vec{d}^k, \vec{\mu}_x^k - \vec{s}_j^k, \vec{P}_{MPP_j}^k) \leq 0, j = 1, \dots, n$$

$$\vec{d}^l \leq \vec{d} \leq \vec{d}^u, \vec{\mu}_x^l \leq \vec{\mu}_x \leq \vec{\mu}_x^u$$

که بردار متغیرهای طراحی معکین \vec{X}^k بکردار مقید میانگین متغیرهای طراحی نامعین و \vec{P}^k مقدار میانگین پارامترهای طراحی نامعین می‌باشند.

فلوچارت روش SORA در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳: فلوچارت روش SORA [۶].

نتایج

در این بخش جداول (۱) و (۲) آورده شده است.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این پژوهش چارچوب‌های مختلف بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان پرداخته شد. ملاحظه شد روش متداول برای حل مسئله بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان استفاده از چارچوب دو حلقه‌ای است. در این روش، حلقه خارجی الگوریتم بهینه‌سازی، نقطه بهینه را جستجو می‌کند و در حلقه داخلی تحلیل قابلیت اطمینان انجام می‌گیرد و این روند تا رسیدن به طراحی بهینه ادامه پیدا می‌کند. بنابراین، باید به این نکته توجه داشت که هزینه محاسباتی ساختارهای دو حلقه‌ای، به ویژه زمانی که مسئله دارای تعداد زیادی قیود احتمالاتی یا توابع

- [19] Agarwal, H. and Renaud, J. E. Reliability based design optimization using response surfaces in application to multidisciplinary systems, *Engineering Optimization*, 36 (3) 291-311, 2004.
- [20] Hyeon, J. B. Chai, L. B. Reliability-based design optimization using a moment method and a kriging metamodel, *Engineering Optimization*, Vol. 40, No. 5, pp. 421-438, 2008.
- [21] Liu, X. Wu, Y. Wang, B. Ding, J.H. Jie, An adaptive local range sampling method for reliability-based design optimization using support vector machine and Kriging model, *Structural and Multidisciplinary Optimization*. Vol. 55, No. 6, pp. 2285-2304, 2017.
- [22] Jiang, C. Fang, T. Wang, Z. X. Wei, X. P. Huang Z. L., A general solution framework for time-variant reliability based design optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 323, pp. 330-352, 2017.
- [23] Moarefzadeh, M. R. Reliability analysis of mechanical systems using directional simulation and an efficient importance sampling technique, Vol. 17, No. 7, pp. 217-224, 2017. (in Persian)
- [24] Jiang, C. Fang, T. Wang, Z. X. Wei, X. P. Huang Z. L., A general solution framework for time-variant reliability based design optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 323, pp. 330-352, 2017.
- [25] Bajlan and et all.(2019)
- [26] Hassani H., and Khodaygan S. Reliability-Based Robust Design Optimization of Mechanical Systems in the Presence of Uncertain Parameters Based on Bayesian Inference. ISSN: 2476-6909; *Modares Mechanical Engineering*.; 2020, 20(3):709-719
- [27] Sadat Shirazi, M., Mohammad Zadeh, P., Mozafari, A., Multi-disciplinary design Optimization based on metamodel, 2020.
- [11] Huang, H. Z. Zhang, X. Meng, D. B. Wang, Z. Liu, Y. An efficient approach to reliability-based design optimization within the enhanced sequential optimization and reliability assessment framework, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 27, No. 6, pp. 1781-1789, 2013.
- [12] Huang, Z. L. Jiang, C. Zhou, Y. S. Luo, Z. Zhang, Z. An incremental shifting vector approach for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 53, No. 3, pp. 523-543, 2016.
- [13] Yi, P. Zhu, Z. Gong, J. An approximate sequential optimization and reliability assessment method for reliability-based design optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 54, No. 6, pp. 1367-1378, 2016.
- [14] Dai, H. Cao, Z. A wavelet support vector machine-based neural network metamodel for structural reliability assessment, *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 32, No. 4, pp. 344-357, 2017.
- [15] Bataleblu, A. A. Roshanian, J. Ebrahimi, B. An Augmented Surrogate-Assisted Reliability-based Design Approach and Application to Complex Systems Design. *mme.modares.ac.ir*. Vol. 18, No. 3, pp. 247-258, 2018.
- [16] Spencer, B. F. Reliability-Based Measures of Structural Control Robustness. *Struct. Saf.*, vol. 15, pp.111-129, 1994.
- [17] Fadale, T.; and Sues, R. H. Reliability-Based Analysis and Optimal Design of an Integral Airframe Structure Lap Joint. *AIAA-99-1604*, 1999.
- [18] Agarwal, H. and Renaud, J. E. Reliability based design optimization for multidisciplinary systems using response surfaces. In *Proceedings of the 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, AIAA-2002-1755 (Denver, Colorado. April 22-25 2002).

جدول ۱: مراجع طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان با چارچوب تک حلقه‌ای

منابع	عنوان
[۷]	با به‌کارگیری روش SORA، در روند یافتن اطلاعات قابلیت اطمینان که با استفاده از تحلیل قابلیت اطمینان معکوس محاسبه صورت می‌پذیرد، حساسیت و مقدار توابع قیود احتمالاتی در MPP می‌گردند.
[۸]	به‌منظور رفع محاسبات بسیار سنگین ریاضیاتی (انتگرال‌گیری‌های مستقیم)، مدلی از روش SORA را با هدف بهبود بهره‌وری در رویارویی با مسائل بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی بر مبنای قابلیت اطمینان ارائه نموده‌اند.
[۹]	با استفاده از روش‌های تقریب حرکت خط مجانبی (MMA) توانستند تا به یک روش SORA بهبود یافته دست یابند.
[۱۰]	با استفاده از خطی‌سازی محدب موفق به ارائه روشی بهبود یافته از روش SORA گردیدند.
[۱۱]	یک فرمول‌بندی متفاوت از طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان به روش SORA و در حضور نامعینی‌های فازی ارائه گردیده است.
[۱۲]	به‌منظور بهره‌وری هر چه بیشتر روش SORA و گسترش آن، روشی تحت عنوان SORA بهبود یافته (ESORA) و با فرض هر دو انحراف معیارهای ثابت و متغیر برای متغیرهای طراحی تصادفی و با حفظ ساختار ترتیبی ارائه نموده‌اند.
[۱۳]	سعی شده است تا پایداری با استفاده از یک استراتژی جابجایی SORA افزایشی برای جابجایی مرز قیود همگرایی به پاسخ بهینه در روش SORA تضمین گردد.
[۱۴]	با هدف افزایش کارایی SORA و دستیابی به نتایج مقاوم‌تر توانستند یک روش تقریبی SORA را برای مسائل RBDO ارائه نمایند. در روشی که آنها ارائه نمودند با استفاده از تقریب‌زدن PPM و همچنین MPP در تحلیل قابلیت اطمینان بر روش SORA، دیگر نیازی به ارزیابی توابع عملکردی در از و بهینه‌سازی قطعی نخواهد بود.
[۱۵]	با ترکیب برازش تابع پشتیبان و شبکه عصبی یک روش برای ارزیابی قابلیت اطمینان در طراحی سازه ارائه کرده‌اند. در این مقاله، با ترکیب شبه‌مدل شبکه عصبی و روش ASORA، روشی ترکیبی تحت عنوان AS-ASORA برای حل مسائل RBDO ارائه شده است. به‌علاوه، به منظور افزایش دقت شبه‌مدل ساخته شده در طول فرایند همگرایی به نقطه قابل اطمینان، شبه‌مدل از پیش ساخته شده در هر تکرار فرایند RBDO به روز رسانی می‌شود.
[۱۶]	به‌منظور بهبود هرچه بیشتر کارایی محاسباتی در روش SORA، یک نسخه تکامل یافته از آن تحت عنوان ASORA توسعه یافته است تا با جلوگیری از انجام تحلیل قابلیت اطمینان برای قیود احتمالاتی برآورده شده، هزینه محاسباتی کل فرایند RBDO را از طریق کاهش تعداد فراخوانی قیود احتمالاتی تا حد ممکن کاهش دهد به‌علاوه، به‌منظور بهبود هر چه بیشتر کارایی محاسباتی، از روش‌های شبه مدل‌سازی استفاده شده است تا با جایگزین نمودن قیود احتمالاتی سنگین با توابع تقریبی ساده، بار محاسباتی ناشی از محاسبه قیود احتمالاتی کاهش داده شوند.

جدول ۲: مراجع طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان با چارچوب دو حلقه‌ای

منابع	عنوان
[۱۷]	از روش‌های قابلیت اطمینان مرتبه ۱ و ۲ برای تحلیل احتمال پایداری استفاده کرد
[۱۸]	اولین کاربرد عملی روش‌های مبتنی بر قابلیت اطمینان گزارش شده است که در نظر گرفتن طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان مصالحه موثری بین وزن و قابلیت اطمینان فراهم می‌کند.
[۱۹]	از جایگزینی تابع اصلی با یک سطح پاسخ را برای RBDO بکار برد.
[۲۰]	از جایگزینی تابع اصلی با روش کریگینگ را برای RBDO بکار برد. شبه مدل سطح پاسخ را برای RBDO بکار برده‌اند.
[۲۱]	روش ممان در RBDO را به همراه استفاده از مدل جایگزین کریگینگ ارائه کرده‌اند.
[۲۲]	یک روش نمونه‌برداری تطبیقی برای RBDO با استفاده از برازش تابع پشتیبان و کریگینگ ارائه نموده‌اند
[۲۳]	آنالیز قابلیت اعتماد سیستم‌های مکانیکی با استفاده از شبیه‌سازی جهتی و یک تکنیک کارآمد نمونه‌گیری مهم
[۲۴]	یک روش RBDO به منظور طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان مسائل زمان-متغیر ارائه نموده‌اند.
[۲۵]	در این مقاله یک روش برای بهینه‌سازی طراحی سازه‌های بحرانی بر مبنای قابلیت اطمینان و با استفاده از روش فاصله بی‌نظمی ارائه شد.
[۲۶]	در این پژوهش، با به‌کارگیری روش بهینه‌سازی چندهدفه NSGA-II و ترکیب روش تحلیل بی‌زین و روش کاهش ابعادی تک‌متغیر (DRM) یک الگوریتم جامع برای فرمول‌بندی مساله قابلیت اطمینان طراحی بهینه و مقاوم بر مبنای قابلیت اطمینان در حضور عدم قطعیت شناختی پیشنهاد شده است.
[۲۷]	در این مقاله، یک روش طراحی و بهینه‌سازی سیستمی بر اساس شبه مدل جهت MDF شبه مدل ارائه شد. روش پیشنهادی کاهش هزینه محاسباتی و زمان چرخه طراحی و بهینه‌سازی معرفی و با استفاده از ماتریس ساختار طراحی گسترده به بیان چگونگی پیاده‌سازی این روش در طراحی سیستمی پرداخته است.