هفتمین کنفرانس بین‌المللی
مهندسی قابلیت اطمینان و ایمنی

بررسی و مقایسه روش‌های تحلیلی قابلیت اطمینان در سیستم‌های طراحی چندموضوعی

مهدی کرامتی نژاد[۱]، حمید رضا علی محمدی[۲]، مهدی کرباسیان[۳] و کریم آتشگر[۴]

۱- دانشجوی دکتری صنایع ، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، keramatymahdi@yahoo.com
۲- پژوهشگر مستقل، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، hataf1353@gmail.com
۳- استاد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران،mkarbasi@mut-es.ac.ir
۴- دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران،atashgar@iust.ac.ir

چکیده

یکی از روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی بر پایه عدم‌قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان می‌باشد. در چند دهه گذشته طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان بسیار مورد توجه بوده و کاربرد آن همواره در حال گسترش می‌باشد. از دلایل اصلی مورد توجه قرارگرفتن این روش، این است که در زمان طراحی یک سیستم پیچیده مهندسی در محیط طراحی چندموضوعی، تصمیم‌گیری قابل اطمینانی داشته باشیم. با توجه به اهمیت موضوع، در این پژوهش سعی در بررسی و مقایسه روش‌های تحلیلی قابلیت اطمینان در سیستم‌های طراحی چندموضوعی می باشد. مهمترین ابزار بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، ابزار تحلیل قابلیت اطمینان است. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، روشی است که به وسیله آن می‌توان میزان عملکرد موفق یک سیستم را تحت شرایط مشخص شده به صورت کمی بیان کرد. روش‌های متفاوتی برای تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده است که متداول‌ترین آنها و دلایل استفاده از آنها در این تحقیق آورده شده است.

واژه‌های کلیدی: طراحی بهینه چندموضوعی، عدم‌قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، تحلیل قابلیت اطمینان

مقدمه

در سال‌های اخیر روش طراحی بهینه چندموضوعی، بر توسعه‌ی روش‌های بهینه‌سازی و طرح‌های نوین برای سیستم‌های پیچیده مهندسی متمرکز می‌باشد. طراحی بهینه سیستم‌های پیچیده، مستلزم انجام مصالحه بین موضوعات گوناگون با در نظر گرفتن اثرات متقابل، جهت دستیابی به اهداف مختلف مانند عملکرد بالا، ایمنی و قیمت پایین می‌باشد. در گذشته فرآیند طراحی، ارتباطات میان متغیرهای طراحی و موضوعات مختلف را در نظر نمی‌گرفت که معمولا پروژه‌های پیچیده با شکست همراه بود و به طرح بهینه نمی‌انجامید. در صورتیکه طراحی بهینه چندموضوعی، یک فرآیند طراحی است که اثرات متقابل موضوعات مختلف مهندسی را در طراحی به حساب می‌آورد تا به یک طرح بهینه برسد. در طراحی بهینه سنتی اکثر مهندسان برای سادگی فرض می‌کردند که متغیرهای طراحی در مسئله بهینه‌سازی قطعی هستند و عدم‌قطعیت‌ها را که به طور ذاتی در متغیرهای طراحی و پارامترها و همچنین شبیه‌سازی وجود دارند، در نظر نمی‌گرفتند. در حالیکه در واقعیت، سیستم‌های مهندسی تحت تاثیر منابع زیادی از عدم‌قطعیت‌های طراحی هستند. در نتیجه توسعه روشی برای مسائل طراحی بهینه چندموضوعی تحت عدم‌قطعیت، موضوعی شد تا محققان به آن بپردازند. یکی از روش‌های طراحی بهینه چندموضوعی بر پایه عدم‌قطعیت، طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان می‌باشد. بنابراین باید طراحی را با فرض عدم‌قطعیت در متغیرها و بر مبنای قابلیت اطمینان انجام داد.

مهمترین ابزار بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، ابزار تحلیل قابلیت اطمینان است. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، روشی است که به وسیله آن می‌توان میزان عملکرد موفق یک سیستم را تحت شرایط مشخص شده به صورت کمی بیان کرد. روش‌های متفاوتی برای

تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده است که متداول‌ترین آنها و دلایل استفاده از آنها در این تحقیق آورده شده است.

طراحی بهینه چندموضوعی بر مبنای قابلیت اطمینان

مفاهیم اساسی در آنالیز قابلیت اطمینان

قابلیت اطمینان میزان قابلیت و توانایی انجام کار بدون خطا و شکست محصول یا تجهیزات است و ارزیابی این قابلیت، ما را قادر به شناسایی علل شکست و اقدام جهت پیشگیری و کنترل علل می‌کند[۲].

فرض کنید T متغیر تصادفی نامنفی پیوسته‌ای است که عمر مفید (طول عمر، یا زمان پیش از خرابی) یک موجود را نشان می‌دهد. تابع قابلیت اطمینان که آن را با R(t) نمایش می‌دهیم، عبارتست از احتمال این پیشامد که موجود مورد نظر بیش از زمان t عمر کند و بصورت زیر نمایش داده می‌شود[۳].

$$R(T) = P(T \geq t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(x)\,dx$$

شاخص‌های مختلف ارزیابی قابلیت اطمینان را می‌توان عملا توسط توزیع‌های آماری استخراج کرد. هر مهندس می‌تواند داده‌های مربوط به عملکرد تجهیزات و یا قطعات را جمع‌آوری و به صورت نمودارهای مختلف خلاصه کند. بنابراین، به منظور محاسبه قابلیت اطمینان زیرسیستم‌ها باید از رفتار سیستم بتوان تابع چگالی، نوع توزیع که انواع توزیع‌های آماری در دو بخش گسسته و پیوسته تقسیم‌بندی می‌شوند. توزیع‌های پیوسته مهم در قابلیت اطمینان شامل توزیع‌های نمایی، نرمال، گاما، وایبال و گامبال و مهمترین توزیع‌های ناپیوسته شامل دو جمله‌ای و پواسون می‌باشد، را بدست آوریم و همچنین از نوع توزیع، میانگین و واریانس را محاسبه نماییم. از اینرو منظور از تنظیمات اولیه قابلیت اطمینان تشخیص و بدست آوردن تابع چگالی، نوع توزیع، میانگین و واریانس زیرمجموعه‌ها می‌باشد.

تعیین مدهای شکست

هدف از انجام دادن تجزیه و تحلیل شکست این است که مشکلات موجود و مشکلات احتمالی را شناسایی کرده و قبل از رسیدن به دست مشتری آن‌ها را رفع نماییم. باید اولویت‌ها را شناخت، در تشخیص این اولویت‌ها، سه موضوع مهم را باید در نظر گرفت:

شدت یا وخامت (Severity)، وقوع واقعه (Occurrence) و شناسایی (Detection).

FMEA یک رویکرد سیستماتیک برای شناسایی موارد زیر است: ۱–هر حالت خرابی یک جزء و علت آن ۲–اثر چنین خرابی بر روی قطعه ۳– تأثیر بر عملکرد یا ایمنی سیستم. این روش همچنین می‌تواند شامل ترکیبی از حالت‌های خرابی اجزا باشد که باعث خرابی سیستم می‌شود. این به طور گسترده در مراحل طراحی مفهومی و اولیه سیستم استفاده می‌شود. به طور کلی، FMEA را می‌توان به عنوان FMEA طراحی و FMEA فرآیند طبقه‌بندی کرد. با این حال، طراحی FMEA محبوب‌تر است و برای شناسایی و تصحیح حالت‌های خرابی احتمالی در سطوح سیستم، زیرسیستم و اجزا قبل از انتشار در محیط تولید استفاده می‌شود. برخی از اهداف کلیدی طراحی FMEA عبارتند از: رسیدگی به تمام حالت‌های شکست با ریسک بالا، اولویت‌بندی فرصت‌های بهبود با تخصیص شماره‌های اولویت ریسک (RPN)، کمک به تخصیص منابع، و مستندسازی «درس‌های آموخته‌شده» برای استفاده به عنوان ورودی برای تجزیه و تحلیل شکست در آینده. اساسا، FMEA یک سند زنده است که باید به طور مداوم هر زمان که تغییرات قابل توجهی در فرآیند طراحی یا ساخت رخ می‌دهد، به روز شود. با توجه به موارد مطرح شده در این تحقیق از تکنیک FMEA برای شناسایی مشکلات موجود و مشکلات احتمالی زیرسیستم‌ها استفاده خواهد شد.

مدل‌سازی قابلیت اطمینان

برای مدل‌سازی قابلیت اطمینان چندین روش مورد استفاده قرار می‌گیرد و سه نمونه از پرکاربردترین این روش‌ها، روش بلوک دیاگرام کارکردی (FBD)،روش آنالیز درخت خطا (FTA) و مدل مارکوف می باشند[۴].

در تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان سیستم، مدل‌سازی رابطه بین آیتم‌های مختلف و همچنین قابلیت اطمینان اقلام جداگانه به منظور تعیین قابلیت اطمینان سیستم به عنوان یک کل مهم است. مدل‌های مبتنی بر نمودار یک نمایش بصری از سیستم ارائه می‌دهند و درک بهتری از سیستم هدف را امکان‌پذیر می‌سازند. نمایش بصری (یا فیزیکی) یک آیتم که به یک سیستم تعلق دارد، اغلب برای مدل‌سازی قابلیت اطمینان سیستم استفاده می‌شود. مدل‌های مبتنی بر نمودار شامل نمودارهای بلوکی قابلیت اطمینان (RBD)، تحلیل حالت‌ها و اثرات شکست (FMEA)، تجزیه و تحلیل درخت خطا (FTA)، تجزیه و تحلیل درخت رویداد (ETA)، رویکرد درخت تصمیم (DTA) و تحلیل علت ریشه‌ای (RCA) هستند که اغلب برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان استفاده می‌شود.

سیستم‌های پیچیده معمولاً به منظور تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان به موجودیت‌های عملکردی متشکل از زیرسیستم‌ها یا اجزاء تجزیه می‌شوند. RBDها برای اتصال قطعات به صورت سری، موازی، سری–موازی یا ساختار مشبک استفاده می‌شوند. RBD به صورت گرافیکی نشان‌دهنده رابطه منطقی زیرسیستم‌ها، مجموعه‌ها یا اجزای سیستم از نقطه نظر قابلیت اطمینان است. بنابراین مهم است که توجه داشته باشیم که RBDها رابطه عملکردی آنها را نشان نمی‌دهند. با

توجه به موارد مطرح شده در این تحقیق برای مدل‌سازی و تحلیل قابلیت اطمینان، از بلوک دیاگرام‌های FBD و RBD استفاده خواهد شد.

انواع روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان یک سیستم

پیش‌بینی قابلیت اطمینان یک سیستم از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. زیرا بیان‌کننده موفقیت یا عدم موفقیت سیستم قبل از انجام ماموریت خواسته شده می‌باشد. روش‌های مختلفی برای استخراج قابلیت اطمینان یک سیستم وجود دارد: ۱-بهره‌گیری از داده‌های آماری(تست‌های انجام شده گذشته) در تحلیل شکست ۲-تجزیه سیستم به زیرسیستم‌ها و تخصیص عدد قابلیت اطمینان.۳-بهره‌گیری از رویکردهای احتمالاتی تحلیل شکست

بهره‌گیری از داده‌های آماری (تست‌های انجام شده گذشته) در تحلیل شکست

با اعمال روش نظارت بر شرایط، مقادیر نرخ‌های شکست برای عضوهای حساس محاسبه شده و به نمودار درخت خطای اضافه می‌شود. در این روش با محاسبه دورهای نرخ شکست بالاترین رخداد، احتمال شکست و احتمال عملکرد صحیح سیستم تعیین می‌گرد.

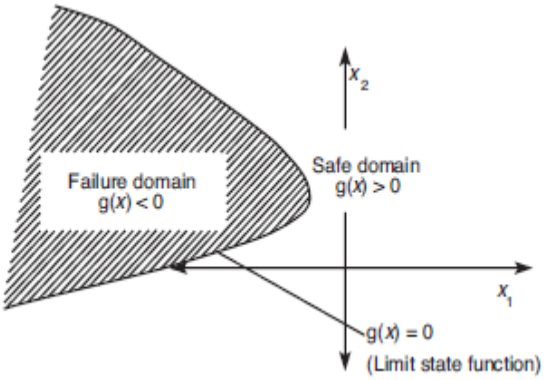
تجزیه سیستم به زیرسیستم‌ها و تخصیص عدد قابلیت اطمینان

در سیستم‌های پیچیده قبل از طراحی اجزای آن باید براساس ارتباط اجزای آن نوع ارتباط و اهمیت هر بخش وزن‌هایی را برای تخصیص قابلیت اطمینان درنظرگرفت این وزن‌ها در نهایت قابلیت اطمینان تخصیصی به سیستم را نمایش می‌دهند تخصیص قابلیت اطمینان یک مفهوم مهم از مهندسی قابلیت اطمینان و فرایندی است که بوسیله آن خرابی مجاز برای یک سیستم تخصیص می‌یابد و در چند روش منطقی در میان زیرسیستم‌ها و عناصر به کاربرده می‌شود هدف تخصیص قابلیت اطمینان ایجاد یک قابلیت اطمینان هدف برای هر واحد به‌طوری است که اطمینان حاصل از دستیابی به مقدار قابلیت اطمینان کل تحت حداقل هزینه و حداکثر سیستم بدست آید. به عنوان نمونه یکی از روش‌های تخصیص عدد قابلیت اطمینان در زیر آورده شده است.

رویکردهای احتمالاتی تحلیل شکست

به طورکلی به روش‌های تحلیل عدم‌قطعیت که از تابع چگالی احتمال استفاده می‌کنند، روش‌های احتمالی گفته می‌شود. بر روی این روش‌ها کارهای تحقیقاتی بسیاری انجام شده است. در این روش‌ها عدم‌قطعیت پارامترها به صورت تابع چگالی احتمال تعریف شده و پس از آن با استفاده از شبیه‌سازی و روش‌های دیگر مقدار نامی و همچنین تابع چگالی احتمال برای خروجی‌ها محاسبه می‌شود.

تابع حالت حدی مشخص‌کنندهٔ مرز بین ناحیهٔ قابل قبول و غیرقابل قبول است. در علم بهینه‌سازی برای این تابع اصطلاح قید به کار برده می‌شود(شکل ۱ را ببینید.). مثال‌های فراوانی از قیود را می‌توان در طراحی سیستم‌های مهندسی مشاهده کرد که از آن جمله می‌توان به قیود حرارتی، تنش، کرنش، مأموریت و ... اشاره کرد.



شکل۱: تابع حالت حدی[۷].

به طور معمول ناحیهٔ غیرقابل قبول به صورت $g(x) < 0$ تعریف می‌شود. به صورت ریاضی احتمال نقض قید یا شکست به صورت معادله زیر بیان می‌شود. که در تابع چگالی احتمال توأم آن $f_x(x)$بوده و انتگرال‌گیری در سراسر ناحیه غیرقابل قبول انجام می‌شود.

$$p_f = p[g(x) \le 0] = \int_{g(x)\le 0} f(x)\,dx$$

در بسیاری از کاربردهای مهندسی حل معادلهٔ فوق، هزینهٔ محاسباتی بسیار زیادی را می‌طلبد. بعضی از مشکلات برآورد این معادله عبارتند از:

۱- ابعاد زیاد فضای طراحی، که انتگرال‌گیری را بسیار سخت می‌کند.

۲-محاسبات مرز ناحیه $g(x)=0$ که بسیار پیچیده است.

۳-کمبود اطلاعات راجع به تابع چگالی احتمال توأم

به دلیل این پیچیده‌گی‌ها، برآورد دقیق احتمال شکست برای بسیاری از سیستم‌های با توابع چگالی احتمال دلخواه از عدم‌قطعیت‌ها ممکن نیست. به این دلیل روش‌های عددی کارآمدی برای محاسبهٔ تقریبی احتمال نقض قیود نیاز است، که تحقیقاتی زیادی بر روی آنها انجام شده و همچنان در حال انجام است.

تخمین احتمال شکست: یعنی حل یک انتگرال تابع چگالی احتمالی تجمیعی که دارای یکسری متغیر می‌باشند، وقتی تعداد متغیرها زیاد باشند، نمی‌توان انتگرال را به آسانی حل نمود زیرا هزینه محاسباتی زیادی را می‌طلبد.

روش‌های متفاوتی برای تحلیل قابلیت اطمینان با رویکردهای احتمالی ارائه شده است که متداول‌ترین آنها عبارتند از:

روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبهٔ اول و دوم

ایدهٔ اصلی این روش‌ها را اولین بار در سال۱۹۷۰ ، آقای کورنل مطرح کرد. در واقع این روش‌ها مبتنی بر تعیین محتمل‌ترین نقطه شکست و تقریب تابع حالت حدی در آن نقطه هستند. این روش ها از چهار گام تابع محاسباتی اصلی تشکیل شده‌اند. این چهار گام عبارتند از:

۱- تبدیل فضای طراحی به فضای نرمال استاندارد

۲-پیداکردن محتمل‌ترین نقطهٔ شکست(MPP) با استفاده از بهینه‌سازی

۳-تخمین تابع حالت حدی بر روی محتمل‌ترین نقطه

۴-محاسبه احتمال شکست با استفاده از تابع حالت حدی تخمین زده شده از مرحله ۳

انواع روش‌ها در جدول (۱) آمده است.

جدول ۱: انواع روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه ۱ و ۲

روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه ۱ و ۲				
رویکرد احتمالی				
روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM)	روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم (SORM)	قابلیت اطمینان معکوس(IRA)	روش گشتاور مرتبه اول و دوم(FOSM)	روش مقدار میانگین مرتبه اول(MVFORM)

تفاوت FORM و FOSM: در FOSM خطی‌سازی حول میانگین متغیرهای تصادفی انجام می‌شود و فقط از میانگین‌ها و انحراف میانگین استفاده می‌شود در حالیکه در FORM خطی‌سازی حول محتمل‌ترین نقطه(MPP) انجام می‌شود و علاوه بر میانگین‌ها و انحراف میانگین از تابع چگالی احتمال(PDF) نیزاستفاده می‌شود.

روش SORM: بر پایه تقریب مرتبه دوم نابع حالت حدی می‌باشد. لذا هزینه محاسباتی آن از FORM بیشتر و دقت آن هم معمولا از FORM بیشتر است. هنگامی که تابع حالت حدی دارای انحنای زیاد باشد یا به شدت غیرخطی باشد ممکن است SORM از FORM دقیقتر باشد. در این روش از بسط مرتبه دوم تابع حالت حدی حول MPP استفاده می‌شود.

مهمترین مشکلات روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول و دوم: ۱- نیاز به یافتن محتمل‌ترین نقطه شکست(MPP)، ناکارآمدی در طراحی‌هایی با چند MPP ۲-دقت پایین برای تابع حالت حدی غیرخطی

روش FOSM:

روش FOSM و یا MVFOSM اولین و ساده‌ترین روش برای حل انتگرال رابطه زیر می‌باشد.

$$p_f = p[g(x) \le 0] = \int_{g(x)\le 0} f(x)\,dx$$

شرایطی را در نظر بگیرید که اطلاعات ما از متغیرهای تصادفی فقط شامل مشخصات لنگر دوم(میانگین، انحراف معیار و ضرایب همبستگی بین آنها) است. تابع حالت حدی را بصورت کلی زیر در نظر بگیرید.

$$Z = g(x)$$

شاخص قابلیت اطمینان برابر است با:

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z}$$

در صورتیکه g(x) تابعی غیرخطی از x باشد محاسبه μ_z و σ_z کار مشکلی خواهد بود. برای این کار می‌توان Z را حول میانگین x با استفاده از بسط مرتبه اول سری تیلور خطی‌سازی نمود.

$$Z = g(\mu_z) + (\nabla_x g)^T_{X=\mu_z}(X-\mu_z) + O(\|X-\mu_z\|^2)$$

که μ_z و g(x) به ترتیب بردار میانگین و بردار گرادیان تابع حالت حدی g نسبت به بردار تصادفی x می باشند. به کمک رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\mu_z \approx g(\mu_z)$$

$$\sigma_z^2 \approx (\nabla_x g)^T_{x=\mu_z} \sum_{xx} (\nabla_x g)_{x=\mu_z}$$

$\sum_{xx}$ ماتریس کواریانس بردار تصادفی x است. توجه نمایید در صورت استقلال متغیرهای تصادفی، $\sum_{xx}$ یک ماتریس قطری خواهد بود و بنابراین σ_z از رابطه زیر بدست می آید:

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)^2_{\sigma_z} \sigma_{x_i}^2}$$

با جایگذاری روابط شاخص قابلیت اطمینان بر مبنای MVFOSM به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\beta = \frac{g(\mu_z)}{\sqrt{(\nabla_x g)^T_{x=\mu_z} \sum_{xx} (\nabla_x g)_{x=\mu_z}}}$$

مزیت اصلی این روش سادگی محاسبات آن است و ایراد اصلی آن این است که احتمال شکست بدست آمده برای توابع معادل g(x) جواب‌های مختلفی می‌دهد که به مشکل تغییرناپذیری معروف است. ایراد دیگر اینکه در این روش از نوع توزیع متغیرهای تصادفی استفاده

نمی‌شود. از اینرو این روش برای توابع حالت حدی خطی، دقیق و بدون خطا می‌باشد.

روش FORM

روش FORM یکی از پر کاربردترین، قابل اطمینان‌ترین و پیشرفته‌ترین روش‌های محاسبه قابلیت اطمینان است. دقت این روش به تعداد متغیرهای تصادفی و درجه غیرخطی بودن تابع حالت حدی در محتمل‌ترین نقطه(MPP) بستگی دارد. MPP نقطه‌ای است بر روی رویه حالت حدی با کمترین فاصله تا مبدا در فضای مستقل، نرمال و استاندارد. فاصله فوق برابر است با β. در این روش تابع حالت حدی در نقطه MPP با یک تابع خطی تقریب زده می‌شود(شکل (۱۸) را ببینید.) برای متغیرهای تصادفی مستقل تبدیل از فضای اصلی x به فضای مستقل، نرمال و استاندارد به صورت زیر می‌باشد.

برای سهولت در محاسبات انتگرال‌گیری‌های احتمالی، روش‌های تقریبی دارای سه مرحله زیر هستند:

۱–ساده‌سازی تابع تحت انتگرال تا اینکه کانتورها خیلی خطی و متقارن شوند.

۲–تقریب‌زدن قید انتگرال‌گیری g(x)=0

۳– محاسبه قابلیت اطمینان

بعد از این دو مرحله یک حل تحلیلی برای اندازه‌گیری احتمالی پیدا خواهد شد. روش تقریب‌زدن انتگرال‌های احتمالی در روش FORM به شرح ذیل می‌باشد.

مرحله اول: ساده‌سازی تابع تحت انتگرال

سادگی از طریق انتقال متغیرهای تصادفی از فضای تصادفی اصلی خود به یک فضای نرمال استاندارد حاصل می شود.

$$X\,i = (x1, x2, \dots, xi) \longrightarrow u\,i = (u1, u2, \dots, ui)$$

انتقال از x به u فقط به این شرط که قبل و بعد از انتقال تابع توزیع تجمعی‌های(CDF) متغیرهای تصادفی باید یکسان باقی بمانند. امکان‌پذیر می باشد این نوع تبدیل، تبدیل Rosenblatt نامیده می‌شود.

$$F_{x_i}(x_i) = \phi(x_i)$$

$$U_i = \phi^{-1}[F_{x_i}(x_i)]$$

$$u = \phi^{-1}[F_x(x)] = \phi^{-1}[\phi[(x-\mu)/\sigma] = (x-\mu)/\sigma$$

$$x = \mu + \sigma u$$

$$pf = p\{g(u) < 0\} = \int_{g(u)<0} \emptyset(u)\, d\mathbf{u} \quad , \quad \emptyset(u) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}u^2)$$

مرحله دوم: تقریب زدن محدوده یا مرز انتگرال‌گیری

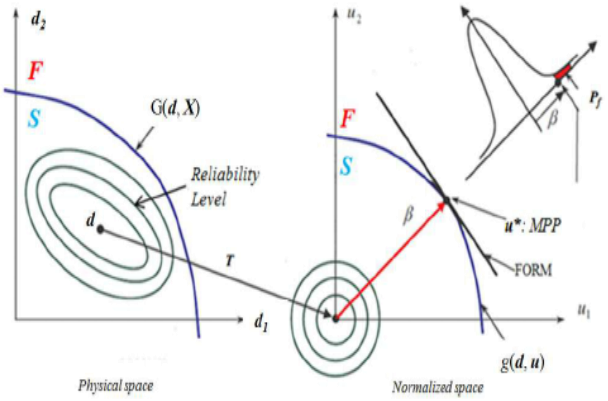
$$g(\mathbf{U}) \approx L(\mathbf{U}) = g(\mathbf{u}^*) + \nabla g(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U}-\mathbf{u}^*)^T$$

$$\nabla g(\mathbf{u}^*) = \left(\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_1}, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_2}, \dots, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_n} \right)\Big|_{\mathbf{u}^*}$$

نقطه ای که بیشترین چگالی احتمال را روی عملکرد g(U)=0 دارد به عنوان MPP شناخته شده است. بنابراین تابع عملکرد در نقطه MPP می تواند تقریب زده شود.

نکته: ماکزیمم کردن $\Phi_u(u)$ در روی قید g(u)=0 ، موقعیت MPP را مشخص می کند. (شکل(۲) را ببینید.)

مرحله سوم: محاسبه قابلیت اطمینان



شکل ۲: روش FORM

روش‌های شبیه‌سازی یا نمونه‌برداری

عدم‌قطعیت پارامترها به صورت تابع چگالی احتمال تعریف شده و پس از آن با استفاده از شبیه‌سازی، مقدار نامی و همچنین تابع چگالی احتمال برای خروجی‌ها محاسبه می‌شود. این کار با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو یا نمونه‌برداری‌های تصادفی انجام می‌شود. به همین دلیل در بعضی از مراجع به روش‌های شبیه‌سازی، نمونه‌برداری نیز گفته می‌شود[۸].

تمام روش‌های نمونه‌برداری سه مرحله زیر را دنبال می‌کنند.

۱–نمونه‌برداری کردن از فضای طراحی ۲–تخمین زدن تابع هدف

۳–تخمین زدن سطح تقریبی بهینه

انواع روش‌های شبیه‌سازی یا نمونه‌برداری در جدول (۲) آمده است.

جدول ۲: انواع روش‌های شبیه‌سازی یا نمونه‌برداری

روش شبیه‌سازی یا نمونه‌برداری			
رویکرد احتمالی			
مونت کارلو (MCS)	فرامکعبی لاتین(LHS)	نمونه‌برداری با اهمیت(IS)	نمونه‌برداری جهتی(DS)

شبیه‌سازی مونت کارلو(Monte Carlo Simulation(MCS

روش مونت کارلو در سال ۱۹۴۰ را یولام و ون نیومن توسعه داد و اولین بار در سال ۱۹۴۹، در مقاله‌ای توسط یولام و متروپلیس به کار رفت. برخلاف بسیاری از روش‌های احتمالی این روش به اطلاعات کمی در مورد آمار و احتمالات نیازمند است و ساده‌ترین آنها است. در صورتی که تعداد شبیه‌سازی‌ها به مقدار کافی زیاد باشد (از نظر تئوریک بی‌نهایت) آنگاه جواب‌های حاصل از روش مونت کارلو کاملاً دقیق هستند. به همین دلیل از این روش در مراجع به عنوان استاندارد طلایی برای ارزیابی سایر روش‌ها نام برده می‌شود.

روش مونت‌کارلو تقریباً متداول‌ترین روش در تحلیل قابلیت اطمینان است که از طریق تولید نمونه‌های تصادفی و به عنوان مجموعه پارامترهای ورودی و محاسبه تابع حالت حدی است. سپس میانگین نمونه مقادیر شاخص به عنوان تخمین‌گر مقدار مورد انتظار و در نتیجه احتمال شکست محاسبه می‌شود. در پیاده‌سازی روش مونت کارلو تولید نمونه‌های تصادفی حول و حوش میانگین رخ می‌دهد که معمولا برای تخمین احتمال شکست پایین دور از مرز شکست است. از اینرو نیاز به تعداد اجرا زیاد داشته که منجربه هزینه محاسباتی بالا می‌شود. بنابراین ایراد اصلی روش مونت کارلو تعداد اجراهای بالای آن بویژه برای مقادیر پایین احتمال شکست(Pf) است.

فرمول روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو

این روش کاربردهای فراوانی در تحلیل فرایندهای تصادفی گسسته و نیز مسائل پیچیده قابلیت اطمینان با تابع حالت حدی مشتمل بر چند نقطه حداکثر محتمل دارد. روش مونت‌کارلو برای براورد احتمال خرابی بر مبنای سه گام اساسی به صورت زیر قابل استفاده است

1-تولید تصادفی اعداد با استفاده از تابع توزیع تجمعی احتمال متغیرهای تصادفی در بازه صفر و یک[0,1] X∈

۲- براورد مقدار هر متغیر تصادفی با استفاده از خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی بر اساس عدد تولید شده تصادفی در گام یک

۳-براورد تابع حالت حدی مطابق با داده‌های تولید شده گام دوم و تخمین احتمال خرابی

روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو، یک روش نمونه‌گیری تصادفی ساده بر اساس ایجاد دنباله‌ای از نمونه‌های تصادفی است که هر متغیر تصادفی Xi به‌صورت تصادفی نمونه‌گیری شده و سپس تابع حالت حدی بررسی می‌شود. اگر g(Xi)برقرار باشد در چنین حالتی نمونه تولید شده داده تصادفی Xi در ناحیه خرابی و در غیراینصورت در ناحیه سلامتی قرار می‌گیرد. این آزمون (شبیه‌ساز متغیرهای تصادفی با کنترل تابع حالت حدی) به تعداد زیادی تکرار نیازمند است که در هر یک از این دفعات بردار Xi به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود تا چندین نقطه در ناحیه خرابی تولید شود. در پایان، برای N آزمون انجام گرفته شده، احتمال خرابی تقریباً برابر با $P_f \approx \frac{n(g\leq 0)}{N}$ که در آن $n(g \leq 0)$ تعداد آزمون‌هایی است که در آنها $G \leq 0$ است. واضح است که تعداد آزمون‌ها(N) به دقت P_f ارتباط می‌یابد. از مزایای مهم این روش عدم وجود محدودیت در نوع و شکل $F_x(x)$ و نیز تابع حالت حدی $g(x) \leq 0$ است(میلچر، ۱۹۸۷). بنابراین برای آنکه بتوان تخمینی از مقدار ایمنی در محصول ارائه کرد. باید بتوان مقدار احتمال خرابی P_f را براورد کرد. مقدار این احتمال در ناحیه خرابی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$p_f = p[g(x) \leq 0] = \int_{g(x)\leq 0} f_x(x)\,dx$$

$$P_f = P[g(x) \leq 0] = \int_{-\infty}^{+\infty} I[g(x) \leq 0]F_x(x)dx$$

که در آن $I[g(x) \leq 0]$ تابع شمارنده به‌صورت زیر است:

$$I[g(x) \leq 0] = \begin{cases} 1 & if \quad g\leq 0 \\ 0 & if \quad g>0 \end{cases}$$

در رابطه بالا $F_x(x)$ تابع چگالی احتمالی مشترک مؤلفه‌ای برداری x یعنی $x_1.x_1.\dots x_n$ است. حل انتگرال رابطه بالا و یافتن احتمال خرابی P_f، در یک حالت عمومی بسیار پیچیده است. پیچیدگی این انتگرال‌گیری در حالت عمومی به‌دلایل زیر است:

الف) $F_x(x)$ ترکیب ساده‌ای ندارد(برای مثال این تابع می‌تواند غیرگوسی و یا غیرنرمال باشد.) در این تابع وابستگی میان مؤلفهٔ برداری Xباید به شایستگی منعکس شده باشد.

ب) در فضای n بعدی x تابع حالت حدی $g(x) \leq 0$ می‌تواند تابع غیرخطی غیرهموار باشد.

پ) انتگرال‌گیری n گانه فوق در حالت عمومی حل بسته‌ای ندارد و برای ابعاد بالاتر از ۵ بسیار دشوار است.

در روش مونت‌کارلو میانگین براورد احتمال خرابی و واریانس احتمال خرابی پیش‌بینی شده به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$E(P_f) = \int_{-\infty}^{+\infty} I[g(x) \leq 0]F_x(x)dx = \frac{\sum_{i=1}^{N} I[g(x) \leq 0]}{N} \approx \frac{N_f}{N}$$

$$Var(P_f) \approx \frac{1}{N}\left(\left(E(P_f)\right)^2 - {P_f}^2\right)$$

که N و N_f به ترتیب تعداد کل شبیه‌سازی و تعداد حالت‌هایی است که $g(x) \leq 0$. برای بیان میزان پراکندگی یک متغیر تصادفی حول میانگین علاوه بر انحراف معیار، از ضریب پراکندگی(تغییرات) نیز استفاده می‌شود.

$$COV = \frac{\sigma_x}{|\mu_x|}$$

با توجه به رابطه میانگین براورد احتمال خرابی و واریانس احتمال خرابی می‌توان ضریب پراکندگی (تغییرات) احتمال خرابی را بدست آورد:

$$COV(P_f) = \frac{\sqrt{Var(P_f)}}{E(P_f)} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1-E(P_f)}{E(P_f)}}$$

می‌توان اظهار کرد که برای رسیدن به یک احتمال خرابی برابر $\widehat{P_f} = E(P_f) = 10^{-4}$ و همچنین حداکثر ضریب تغییرات احتمال خرابی برابر با $COV(P_f) = 0.05$ تعداد شبیه‌سازی(آزمون) مورد نیاز برابر خواهد بود با:

$$0.05 = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{1-10^{-4}}{10^{-4}}} \rightarrow N > 3999600$$

بر اساس نتایج فوق می‌توان نتیجه گرفت که با فرض ضریب تغییرات احتمال خرابی برابر با ۵ درصد و احتمال خرابی برابر با 10^{-4} نیاز به تعداد تقریبا $4 * 10^{6}$ شبیه‌سازی است، که برای مسائل پیچیده مهندسی نیاز به صرف زمان بالایی است. از این رو، رویکرد بهبود روش مونت‌کارلو با کاهش تعداد نمونه‌های انتخاب شده جهت شبیه‌سازی می‌تواند یک موضوع قابلیت اطمینان جذاب به شمار آید. بنابراین در تحلیل قابلیت اطمینان روش‌های نمونه‌برداری دیگری مبتنی بر تکنیک‌های کاهش واریانس توسعه یافته است.

به عبارتی دیگر از آنجاکه در مسائل طراحی با زمان اجرای قابل توجه، انجام شبیه‌سازی به تعداد بسیار زیاد (مثلاً برای تخمین احتمال و ده متغیر طراحی حدود یک میلیون اجرا نیاز / نقض قید ۰۰۰۱ است) عملاً امکان پذیر نیست، محققان به فکر ایجاد روش‌هایی برای کاهش زمان محاسبات افتادند[۸]. با توجه به اینکه شبیه‌سازی‌ها به طور مستقل از یکدیگر انجام می‌شود، یک راه حل ساده برای کاهش زمان محاسبات استفاده از پردازش موازی است. هر چند این روش باعث کاهش زمان طراحی می‌شود، لیکن هزینهٔ محاسبات تغییری نکرده و علاوه بر این صرف هزینه‌هایی برای تأمین سخت‌افزارهای مربوطه لازم است. راه‌حل دیگر برای کاهش هزینه و زمان محاسبات استفاده از روش‌های موسوم به کاهندهٔ واریانس است. این روش‌ها با تعداد کمتری شبیه‌سازی نسبت به روش مونت کارلو به دقت‌های مشابهی برای تابع چگالی احتمال خروجی‌های سیستم می‌رسند هر چند این روش‌ها زمان محاسبات را کاهش می‌دهند، ولی سادگی روش مونت کارلو را ندارند.

نمونه‌گیری بااهمیت Importance sampling(IS)

اساس روش نمونه‌برداری بااهمیت در انتخاب یک تابع چگالی احتمال، به نام به تابع چگالی بااهمیت است، به گونه‌ای که واریانس نمونه‌برداری کاهش یابد. دقت روش نمونه‌برداری بااهمیت به طور چشمگیری وابسته به انتخاب تابع چگالی بااهمیت بوده و نیاز است تا تابع چگالی بهینه مورد استفاده قرار بگیرد.

مطابق این روش، تمرکز اصلی روی نمونه‌گیری از منطقه‌ای از فضای تعریف شده می‌باشد که مشارکت آن در مقدار احتمال شکست بیشتر از محل‌های دیگر باشد. این ناحیه بدین ترتیب بایستی ابتدا شناسایی شده و با جاگذاری تابع نمونه‌برداری بااهمیت در آن، عمده نمونه‌ها از آن محل اخذ گردند[۹]،[۱۰]،[۱۱]. این عملیات شناسایی و نیز اتخاذ استراتژی جدید نمونه‌گیری به‌طور طبیعی باعث تحمیل حجم محاسبات اضافه‌ای بر فرایند آنالیز می‌گردد که لازم است حجم آن به گونه‌ای کنترل شود که جذابیت استفاده از روش نمونه‌گیری بااهمیت تحت الشعاع قرار نگیرد. همانطور که از مطالب بالا ملاحظه می‌گردد در یک تحلیل قابلیت اطمینان با استفاده از نمونه‌گیری بااهمیت، ضرورت دارد که برای سه موضوع کاملا متمایز، راه‌حل‌های مناسب ارائه کرد:

الف) چگونه نواحی با اهمیت بالا به‌عنوان نواحی مناسب (که مشارکت آن در مقدار احتمال شکست بیشتر از محل‌های دیگر باشد) شناسایی گردند؟

ب) چگونه عمده نمونه‌ها از آن نواحی شناسایی شده، انتخاب گردد؟(معلوم‌شدن تابع نمونه‌گیری بااهمیت)

ج) چگونه پس از شناسایی ناحیه با بیشترین اهمیت و نیز معلوم‌شدن تابع نمونه‌گیری بااهمیت، محاسبات اضافی تحمیلی به فرآیند شبیه‌سازی ناشی از بکارگیری تکنیک نمونه‌گیری بااهمیت انجام شوند تا حداکثر بهره ناشی از این کاربرد بدست آید؟

نمونه‌گیری تطبیقی ((Adaptive Sampling (ADSAP))

انواع زیادی توسعه یافته‌اند که از یک طرف باید واریانس تخمینی را به طور موثر کاهش دهند، از طرف دیگر برای طیف وسیعی از کاربردها قوی و همه‌کاره هستند. یکی از این روش‌های نمونه‌گیری مهم، نمونه‌گیری تطبیقی توسط بوچر، ۱۹۸۸ است (به [۱۲] مراجعه کنید).

نمونه‌برداری بااهمیت با استفاده از نقطه طراحی (ISPUD)

استراتژی ISPUD [۱۳] این است که تراکم نمونه بر روی سطح شکست را در منطقه با بالاترین چگالی احتمال متمرکز کند. برای این منظور، یک روش جستجو مشابه با FORM اعمال می شود. چگالی نمونه برداری hY دارای یک بردار متوسط است که با نقطه طراحی تبدیل شده به فضای اصلی تعریف می شود. انواع توزیع، واریانس ها و همبستگی ها از تعاریف پارامترهای تصادفی اصلی گرفته شده‌اند.

نمونه‌برداری فرامکعبی لاتین(LHS) Latin hypercube sampling

روش نمونه‌برداری ابرمکعب لاتین(LHS) از مفهوم " مربع لاتین" در ریاضیات ترکیبی الهام گرفته شده است. مربع لاتینیک ماتریس n درn است که با n شیء مختلف، به عنوان مثال، اعداد، کاراکترها، نمادها و غیره، پر شده است. نحوه قرارگیری اشیاء در آن ماتریس به نحوی است که دو قانون را برآورده سازد . این دو قانون عبارتند از، هر شیء دقیقاً یک بار در هر سطر و دقیقاً یک بار در هر ستون اتفاق ظاهر شود. در شکل (۳) شمایی از یک مربع لاتین 4×4 با

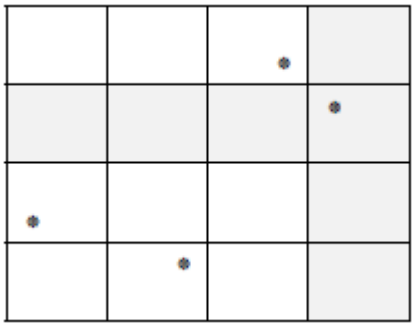
چهار شیء مختلف نمایش داده شده است . اصطلاح « لاتین » در مربعات لاتین از فعالیت های ریاضیدان مشهور، لئونارد اویلر، که از حروف لاتین به عنوان اشیاء استفاده می کردند، الهام شده است.

D	A	B	C
C	B	A	D
B	C	D	A
A	D	C	B

شکل ۳: شمایی از یک مربع لاتین

در LHS نیز ایده اصلی مانند مربعات لاتین، است. در حالت کلی برای تولید n نمونه در یک فضای m بعدی، یک ابرمکعب واحد را در فضای m بعدی $c^m = [0,1]^m$ تشکیل می‌شود. هر بعد این ابرمکعب به n فاصله، سطح، با طول مساوی $\frac{1}{n}$ تقسیم می‌شود. به عبارتی دیگر در هر بعد فاصله‌هایی با احتمال برابر به شکل $\left\{\left[0,\frac{1}{n}\right],\left[\frac{1}{n},\frac{2}{n}\right],\cdots,\left[\frac{n-1}{n},1\right]\right\}$ تعریف می‌شود. هر فاصله با نمایه q= 1,2,…,n نام‌گذاری می‌شود . سپس در هر فاصله نمونه‌ای اختیار می‌شود به نحوی که در هر سطح فقط و فقط یک نمونه وجود داشته باشد. خروجی LHS یک ماتریس n*m است که درایه‌های آن i=1,2…,n و j=1,2,…,m و x_{ij} اعدادی در بازه [0,1] هستند. به نحوی که x_{ij} در ستون j تنها به یک فاصله دلالت داشته باشد. به عبارتب دیگر q یک جایگشت تصادفی از {۱و۲و...n} برای هر ستون است. و هر ردیف ماتریس یک نقطه نمونه است.

نمونه ای از رویکرد LHS برای استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی در شکل (۴) نمایش داده شده است . در این مثال چهار نمونه به صورت یکنواخت در هر بعد توسط LHS توزیع شده اند. سایر توزیع ها، به عنوان نمونه توزیع نرمال، تنها با به کارگیری توابع تبدیل مربوطه روی توزیع یکنواخت قابل پیاده سازی هستند.



شکل ۴: شمایی از نحوه استخراج چهار نمونه در یک فضای دوبعدی

نمونه‌برداری جهتی Directional Sampling(DS)

به‌منظور انجام تحلیل قابلیت اطمینان سیستم‌هایی که تابع حالت حدی آن‌ها بسیار غیرخطی می‌باشد، روش شبیه‌سازی جهتی می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. این روش که در حقیقت در یک سیستم مختصات قطبی در فضای n بعدی فرمول‌بندی می‌گردد، ابتدا برای کاربرد در فضای(متغیرهای تصادفی)نرمال استاندارد پیشنهاد گردید[۱۴]، [۱۶]. این روش معذالک بعدها برای استفاده در فضاهای کلی‌تر تعمیم داده شد[۹]،[۱۰] ،[۱۴]،[۱۵]. مهمترین مزیت استفاده از روش شبیه‌سازی جهتی در فضای نرمال استاندارد، وجود یک راه‌حل بسته برای انتگرال‌گیری‌های لازم در راستای جهت‌های شبیه‌سازی شده می‌باشد. این مزیت در صورتی که شبیه‌سازی در فضای اولیه (غیرنرمال استاندارد) انجام گیرد طبیعتا از دست می‌رود اما سهولت عدم‌نیاز به انتقال به فضای نرمال استاندارد را به‌دنبال خواهد داشت. در این گونه فضاها، بدین ترتیب، در یک حالت کلی نیاز به انتگرال‌گیری‌های(عددی) در راستای جهت‌های تولید شده می‌باشد. در روش شبیه‌سازی جهتی، نظیر هر روش شبیه‌سازی دیگر، کاستی عمده نیاز به حجم محاسبات بالا برای نیل به جواب‌های معقول می‌باشد. این کاستی در شبیه‌سازی، زمانی اهمیت بالاتری می‌یابد که کمیت احتمال خرابی هدف، عددی بسیار کوچک بوده و فضای کاری که متغیرهای تصادفی درگیر در مسئله ساخته‌اند فضایی بسیار نامتناسب و ناهمگون باشد. این چنین فضایی، زمانی ایجاد می‌شود که متغیرهای تصادفی مسئله دارای همبستگی بسیار زیادی به یکدیگر باشند(ضریب همبستگی خیلی نزدیک به واحد باشد) و یا واریانس متغیرهای تصادفی یاد شده اختلاف فاحشی با یکدیگر داشته باشند. برای مثال یکی ده‌ها برابر دیگری باشد(و یا ترکیبی از هر دو.) در چنین فضایی، روش شبیه‌سازی جهتی کارایی خود را تا حدود زیادی از دست داده و استفاده از آن عملا کم فایده می‌گردد زیرا نیازمندی روش به تعداد زیاد شبیه‌سازی به شکل عمده‌ای افزایش می‌یابد[۹]. واریانس برآوردگر برای احتمال خرابی را می‌توان با معرفی راه‌حل‌های جزئی تحلیلی کاهش داد. این در روش نمونه‌گیری جهت‌دار [۱۶] انجام می‌شود. متغیرهای تصادفی اصلی به فضای متغیرهای استاندارد گاوسی تبدیل می‌شوند. یک بردار تصادفی در فضای استاندارد گاوسی در مختصات قطبی نشان داده شده است.

فرمول‌بندی شبیه‌سازی جهتی

فرض کنید در یک آنالیز قابلیت اطمینان، سیستم تحت مطالعه با n متغیر تصادفی نرمال که لزوما مستقل از یکدیگر نیستند توصیف شده باشد. این متغیرهای تصادفی X که مولفه‌های بردار را می‌سازند، عموما پارامترهای بارگذاری و مقاومتی سیستم را تعریف می‌کنند. همچنین فرض کنید برای این سیستم، تابع حالت حدی که با $G(X)=0$ نشان داده می‌شود، تعریف شده باشد. در این تعریف، سیستم خراب شده فرض می‌گردد اگر تابع حالت حدی مقداری غیرمثبت$(G(X)\leq 0)$ به خود گیرد و بالعکس سیستم سالم تلقی می‌گردد اگر تابع حالت حدی یاد شده

مثبت($G(X)$ >0) باشد. بنابراین برای این سیستم احتمال خرابی می‌تواند به شکل زیر تعریف گردد.(برای نمونه، کار[۱۵] ملاحظه گردد.)

$$p_f = \int_D^0 f_X(X)dx \quad (۱)$$

که در آن $fX(x)$ تابع توزیع احتمال توام(مشترک) متغیرهای تصادفی n گانه X 1, X2, … , Xn (یعنی مولفه‌های بردار X) و D فضایی را نمایش می‌دهد که در آن سیستم خراب شده لحاظ می‌گردد. در فرمول‌بندی شبیه‌سازی جهتی لازم است مسئله در فضای قطبی تعریف گردد. این کار با استفاده از رابطه $X = R\,A$ صورت می‌گیرد. که در آن $R \geq 0$ شعاع و A بردار واحد جهت می‌باشد.

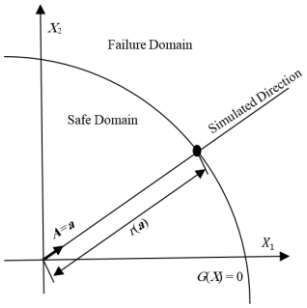
برای فضای جدید (R, A) رابطه (1) به شکل زیر در می‌آید(برای جزییات بیشتر[۹] و [۱۵] ملاحظه گردند)

$$p_f = \int_D^0 f_X(ra)|Jx|drda \quad (۲)$$

که در آن $|JX|$ دترمینان ماتریس ژاکوبین بوده و برای نمایش انتقال عنصر دیفرانسیلی به فضای جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. قبلا نشان داده شده است که عبارت (2) را می‌توان به‌منظور شبیه‌سازی جهتی ساده(شبیه‌سازی بدون نمونه‌گیری مهم)به شکل زیر نوشت.

$$p_f = E_A[\int_{r(a)}^{\infty} f_X(ra)\frac{|Jx|}{f_A(a)}dr \quad (۳)$$

که در آن $fA(a)$ تابع توزیع احتمال مشترک مولفه‌های A و $EA[\ ]$|اپراتور شبیه‌سازی جهتی از بردار A می‌باشد. r(a) در عبارت بالا طول شعاع در جهت شبیه‌سازی شده A=a بوده و فاصله مرکز تولید جهت‌ها را با محل تقاطع با تابع حالت حدی نمایش می‌دهد(شکل 5 را ببینید.). نیز در مرجع یاد شده نشان داده شده است که:



شکل ۵: روش شبیه‌سازی جهتی

$$\frac{|Jx|}{f_A(a)} = \frac{r^{n-1}}{\left[\frac{\Gamma(\frac{n}{2})2^{\frac{n}{2}-1}}{(\sqrt{2\pi})^n}\right]} \quad (۴)$$

در عبارت بالا $\Gamma(\ )$ تابع گاما می‌باشد. از آنجا که مخرج عبارت (۴) مستقل از r می‌باشد، انتگرالی که مشروط به جهت تولید شده بایستی محاسبه گردد، عبارت خواهد بود از:

$$p_f = \int_{r(a)}^{\infty} r^{n-1} f_X(ra)dr \quad \textbf{(۵)}$$

روش‌های شبیه‌سازی و از جمله شبیه‌سازی جهتی این مزیت عمده را نسبت به روش قابلیت اطمینان مرتبه اول دارند که اولا در فضای اولیه X (بدون انتقال به فضای نرمال استاندارد) می‌توانند به‌کار آیند و ثانیا در حالاتی که تابع و یا توابع حالات حدی بسیار غیرخطی باشند روش‌های شبیه‌سازی روش‌های دقیق‌تری خواهند بود (نیازی به خطی‌سازی تابع حالت حدی وجود ندارد.) با این حال در روش‌های شبیه‌سازی از جمله شبیه‌سازی جهتی به‌خصوص اگر فضای موجود کاری فضای نامتناسب و بیمار باشد شبه سفانه برای نیل به پاسخ مناسب نیاز به زمان بسیار محاسباتی خواهند داشت. استفاده از تکنیک‌هایی مثل نمونه‌گیری مهم، هر چند نشان داده شده است که بسیار موثر می‌باشد. معذالک حجم محاسبات اضافه‌ای را همزمان به محاسبات لازم تحمیل می‌کند[۱۷].

مدل‌های جایگزین(شبه‌مدل‌ها)

مهمترین مشکلات اساسی موجود در روش‌های دسته اول و دوم بهینه‌سازی چند موضوعی عبارتند: از کوپلینگ‌های بین زیرسیستم‌ها، هزینه‌های سنگین محاسباتی، تحلیل در هر زیرسیستم مربوطه، تعدد قیود و متغیرهای طراحی. این عوامل منجر به افزایش هزینه‌های محاسباتی و زمان چرخه طراحی می‌شود که این خود عامل استفاده محدود دو دسته در حل مسائل طراحی صنعتی می‌گردد.

بر همین اساس برای تحلیل قابلیت اطمینان در طراحی بهینه چندموضوعی استفاده از مدل جایگزین(شبه‌مدل) جهت کاهش هزینه محاسباتی فرآیند طراحی و بهینه‌سازی چندموضوعی مورد توجه محققان در چند دهه اخیر قرار گرفته است. رویکرد اساسی مدل جایگزین این است که مدل‌های پیچیده و زمانبر توسط یک مدل تقریبی که از نظر محاسباتی بسیار سریع است، جایگزین شود[۱۸]. انواع روش‌های مدل جایگزین در جدول (۳) آورده شده است.

جدول ۳: انواع روش‌های مدل‌های جایگزین(شبه‌مدل‌ها)

مدل‌های جایگزین(شبه‌مدل‌ها)													
رویکرد احتمالی(پارامتری)											رویکرد غیراحتمالی		
روش سطح پاسخ تطبیقی (ARSM)	روش سطح پاسخ (RSM)	کرجینگ	حداقل مربعات متحرک	رگرسیون چندجمله‌ای	تابع پایه شعاعی	شبکه بیزین	ماشین بردار پشتیبان (SVM)	برازش تابع پشتیبان	زنجیره مارکوف	منطق فازی	شبکه عصبی	تحلیل فاصله

روش سطح پاسخ(RSM)

مجموعه‌ای از داده‌های آماری و تکنیک بهینه‌سازی عددی است که برای توسعه، بهبود و بهینه‌سازی فرآیند و محصولات اتخاذ شده است. این تکنیک بر مدل‌سازی و تجزیه و تحلیل مسائل تأثیر می‌گذارد که در آن چندین متغیر ورودی تأثیر بالقوه‌ای بر معیار عملیاتی دارند. این روش در دهه ۱۹۵۱ توسط باکس و ویلسون برای حل مسائل بهینه‌سازی صنعتی و نظری معرفی شد. اخیراً این روش به طور گسترده

در بسیاری از زمینه‌های علمی مورد استفاده قرار گرفته است. RSM با مدل‌سازی سیستم با استفاده از متغیرهای ورودی، هدف زیر را دنبال می‌کند: «کنترل و پیش‌بینی رفتار سیستم با توجه به تغییرات دلخواه متغیرهای ورودی برای شناسایی سطوح پارامترهایی که سیستم را بهینه می‌کنند». RSM عموماً در سیستم‌هایی استفاده می‌شود که در آن یک رابطه بسیار پیچیده بین نیازمندی‌ها و متغیرهای ورودی وجود دارد. در این مدل، رابطه بین متغیرهای ورودی و خروجی با استفاده از مدل چندجمله‌ای درجه دوم برآورد می‌شود[۱۹].

روش‌های سطح پاسخ، پاسخ‌های مدل را با توابع جایگزین ریاضی جایگزین می‌کنند. بر این اساس، مسئله بهینه‌سازی با استفاده از مدل تقریبی به جای فراخوانی زمان‌بر حل‌کننده حل می‌شود. روش کلاسیک از یک طرح طراحی آزمایش استفاده می‌کند که توسط حل‌کننده ارزیابی می‌شود. بر اساس این طرح‌ها اغلب از توابع چندجمله‌ای برای تقریب استفاده می‌شود[۲۰]. با این حال، درجه چندجمله‌ای اغلب نشان‌دهنده غیرخطی بودن مدل حل‌کننده نیست و کیفیت پایین تقریب اغلب به پیشنهادات طراحی غیرقابل استفاده منجر می‌شود. به همین دلیل، استفاده از روش‌های سطح پاسخ چندجمله‌ای کلی تنها برای جستجوی طرح بهینه توصیه نمی‌شود.

مفهوم اصلی روش سطح پاسخ تقریب زدن یک تابع حالت حدی واقعی پیچیده و یا یک تابع حالت حدی ضمنی با استفاده از یک تابع صریح و ساده است. با استفاده روش سطح پاسخ یک رابطه تحلیلی میان پاسخ‌های تجربی و متغیرهای ورودی بدست آورد برای مثال تابع حالت حدی را می‌توان به‌صورت زیر با مدل درجه دو تقریب زد.

$$g(x) = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{i} b_{ij} x_i x_j$$

روش تطبیقی(ترکیبی)

برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان در طراحی بهینه چندموضوعی، می‌توان با توجه به نقاط ضعف هر روش از ترکیب آنها استفاده نمود.

نتایج

در این بخش جدول (۴) آورده شده است.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

مهمترین ابزار بهینه‌سازی طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان، ابزار تحلیل قابلیت اطمینان است. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، روشی است که به وسیله آن می‌توان میزان عملکرد موفق یک سیستم را تحت شرایط مشخص شده به صورت کمی بیان کرد. روش‌های متفاوتی برای تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده است که متداول‌ترین آنها و دلایل استفاده از آنها در این تحقیق آورده شد.

در این کار مهمترین مشکلات اساسی موجود در روش‌های دسته اول و دوم در بهینه‌سازی چند موضوعی که عبارتند: از کوپلینگ‌های بین زیرسیستم‌ها، هزینه‌های سنگین محاسباتی، تحلیل در هر زیرسیستم مربوطه، تعدد قیود و متغیرهای طراحی. آورده شد در نتیجه این عوامل منجر به افزایش هزینه‌های محاسباتی و زمان چرخه طراحی می‌شود که این خود عامل استفاده در حل مسائل طراحی می‌گردد. از اینرو با توجه به دسته‌بندی صورت گرفته می توان از روش‌های ترکیبی استفاده نمود.

مراجع

[1] Crespol, G., Optimization of Systems with Uncertainty: Initial developments for Performance, Robustness and Reliability Based Designs, NASA/Cr-211952, 2002.

[2] Karaulova, T., Kostina, M., and Shevtshenko, E. Reliability assessment of manufacturing processes, International Journal of Industrial Engineering and Management 3 143-151, 2012.

[3] Verma, A. K., Ajit, S., and Karanki, D. R, Reliability and safety engineering vol. 43, Springe. 2010.

[4] Goble, W. M. The use and development of quantitative reliability and safety analysis in new product design, Technische Universiteit Eindhoven , 1998.

[۵] ولتخواه، مهدی.، موحدی، یزدان.»استفاده از شبکه‌های بیزین در محاسبه قابلیت اطمینان همراه با مطالعه موردی در یک سازه اپتیکی«.پایان‌نامه کارشناسی، دانشگاه صنعتی مالک اشتر.۱۳۹۱

[۶] شهرابی فراهانی، حسین.، نصیری، داود.، هاشمی‌نژاد، سید محمود.»تخصیص قابلیت اطمینان به زیرسامانه‌های ماهواره نمونه«، مجموعه مقالات چهاردهمین کنفرانس سالانه (بین‌المللی) مهندسی مکانیک. ۱۳۸۹

[7] Thomas A. Zang, Michael J. Hemsch, Mark W. Hilburger, Sean P. Kenny, James M. Luckring, Needs and Opportunities for Uncertainty-Based Multidisciplinary Design Methods for Aerospace Vehicles. https://www.researchgate.net/publication/24293554, 2002.

[8] Zentner, J., A Design Space Exploration Process for Large Scale Multi-Objective Computer Simulations, (PhD Thesis), Georgia Tech., 2006.

[9] Moarefzadeh, M. R. Melchers, R. E. Directional importance sampling for ill-proportioned spaces, Structural Safety, Vol. 21, No. 1, pp. 1-22, 1999.

[10] Nie, J. Ellingwood, B. R. Directional methods for structural reliability analysis, Structural Safety, Vol. 22, No. 3, pp. 233-249, 2000.

[11] Richard, J. F. Zhang, W. Efficient high-dimensional importance sampling, Journal of Econometrics, Vol. 141, No. 2, pp. 1385-1411, 2007.

[12] Bucher C. Asymptotic sampling for high-dimensional reliability analysis. Probabilistic Engineering Mechanics;24(4):504–10, 2009.

[13] Bourgund, U. and C. Bucher. Importance sampling procedure using design points. Technical report, Institut four Mechanik, University at Innsbruck,1986.
[14] Ditlevsen, O., Melchers, R. E., Gluver, H. General multi-dimensional probability integration by directional simulation, Computers and Structures, Vol. 36, No. 2, pp. 355-68, 1990.
[15] Melchers, R. E. Radial importance sampling for structural reliability, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 189, No. 116(1), pp. 189- 203, 1990.
[16] Bjerager, P., Probability integration by directional simulation, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, No. 8, pp. 1285-302, 1988.
[17] Moarefzadeh, M. R. Reliability analysis of mechanical systems using directional simulation and an efficient importance sampling technique, Vol. 17, No. 7, pp. 217-224, 2017. (in Persian)
[18] Hill W.J. and Hunter W.G., A review of response surface methodology: a literature survey, Techno Metrics, Vol. 1, No. 4, pp. 571, 1996.
[19] Montgomery, D. C. and G. C. Runger. Applied Statistics and Probability for Engineers (Third ed.). John Wiley & Sons, 2003.
[20] Myers RH and Montgomery DC. Response Surface Methodology. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002.

جدول ۴: انواع روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان و مقایسه آن‌ها

انواع روش‌های تحلیل قابلیت اطمینان																								
روش تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه ۱ و ۲					روش شبیه‌سازی یا نمونه‌برداری				مدل‌های جایگزین(شبه‌مدل‌ها)											روش ترکیبی
رویکرد احتمالی					رویکرد احتمالی				رویکرد احتمالی(پارامتری)									رویکرد غیراحتمالی			روش ترکیبی از روش‌های مختلف موجود
روش اطمینان مرتبه اول (FORM)	روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم	قابلیت اطمینان (IRA) مکوس	روش گشتاور مرتبه اول و دوم(FOSM)	روش مقدار میانگین مرتبه	مونت کارلو (MCS)	فرامکعبی لاتین(LHS)	نمونه‌برداری با اهمیت(IS)	نمونه‌برداری جهتی(DS)	روش سطح پاسخ(RSM)	روش سطح پاسخ (ARSM)	کریگینگ	حداقل مربعات	رگرسیون	تابع پایه شعاعی	شبکه بیزین	ماشین بردار SVM	برازش تابع پشتیبان	زنجیره مارکوف	منطق فازی	شبکه عصبی	تحلیل فاصله	
این روش‌ها از چهار گام اصلی تشکیل شده‌اند. این چهار گام عبارتند از: ۱- تبدیل فضای طراحی به فضای نرمال استاندارد؛ ۲- پیداکردن محتمل‌ترین نقطهٔ شکست(MPP) با استفاده از بهینه‌سازی؛ ۳-تخمین تابع حالت حدی بر روی محتمل‌ترین نقطه؛ ۴- محا سبه احتمال شکست با ا ستفاده از تابع حالت حدی تخمین زده شده از مرحله سوم.					**کلیه روش‌های نمونه‌برداری سه مرحله زیر را دنبال می‌کنند:** ۱- نمونه‌برداری از فضای طراحی؛ ۲-تخمین تابع هدف؛ ۳-تخمین سطح تقریبی بهینه				رویکردهای اولیه بر اساس روش کلاسیک سطح پاسخ (RSM) با استفاده از طرح‌های سیستماتیک آزمایش‌ها (DoE) و مدل‌های رگرسیون چندجمله‌ای است.									در تحقیقاتی که داده های کمی در دسترس می‌باشد، از این روش‌ها می‌توان استفاده نمود.		می توان از روش ترکیبی استفاده نمود.
مهمترین معایب روش های تحلیل قابلیت اطمینان مرتبه اول و دوم: — نیاز به یافتن محتمل‌ترین نقطه شکست(MPP)، — نا کارآ مدی در طراحی هایی با چ ند MPP — د قت پایین برای تابع حا لت حدی غیرخطی					**مهمترین معایب مونت کارلو:** — پیاده‌سازی روش مونت کارلو مستلزم تولید تعداد نمونه‌های تصادفی بسیار زیادی است که زمان محاسبات را افزایش می‌دهد. — ایراد اصلی روش مونت کارلو تعداد اجراهای بالای آن بویژه برای مقادیر پایین احتمال شکست(Pf) است. برای رفع این مشکل در تحلیل قابلیت اطمینان روش های نمو نه‌برداری دیگری مبتنی بر تکنیک‌های کاهش واریانس توسعه یافته است.				استفاده از مدل جایگزین(شبه مدل) جهت کاهش هزینه محاسباتی فرآیند طراحی و بهینه‌سازی چندموضوعی مورد توجه محققان در چند دهه اخیر قرار گرفته است. رویکرد اساسی مدل جایگزین این است که مدل‌های پیچیده و زمانبر توسط یک مدل تقریبی که از نظر محاسباتی بسیار سریع است، جایگزین شود. چنین مدلی اغلب یک مدل تقریبی، پاسخ سطح، مدل جایگزین و یا شبه مدل نامیده می‌شود، که در این کار اصطلاح مدل جایگزین استفاده شده است. روش ساخت مدل جایگزین(شبه مدل) اولین بار توسط بوکس و ویلسون در سال ۱۹۵۱ تشریح شد.											نقاط ضعف هر روش را با استفاده از روش ترکیبی از بین برد.