

## بررسی قابلیت اعتماد شبیه‌سازی معادلات پرواز موشک دوش-پرتاب به کمک ماتریس حالت و مشتقات پایداری

محمدامین ملکیان<sup>۱</sup>، محمد نجفی<sup>۲</sup>

۱- کارشناسی ارشد هوافضا، دانشکده فناوری‌های نوین و مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، [controlofengineer44@gmail.com](mailto:controlofengineer44@gmail.com)

۲- استادیار مهندسی هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، [m.nadjafi@ari.ac.ir](mailto:m.nadjafi@ari.ac.ir)

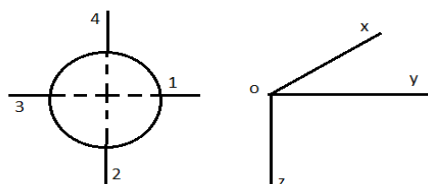
### چکیده

معادلات پرواز همواره از اهمیت بالایی در بررسی رفتار پرنده برخوردار بوده است. اولین قدم جهت طراحی هر سیستم کنترلی، مدل‌سازی آن سیستم توسط معادلات ریاضی می‌باشد. در مبحث موشک‌های دوش پرتاب به علت اهمیت استراتژیک آن‌ها و همچنین عواملی مانند خطای پرتاب، وجود وزش باد در مسیر، و سایر عوامل نوبز مانند بررسی دقیق معادلات پرواز که منجر به اطلاعات بسیار دقیقی از نحوه رفتار وسیله پرنده خواهد شد بسیار کاربردی خواهد بود. به این ترتیب، با محاسبه نیروها و گشتاورهای اعمال شده به موشک در شبیه‌سازی و قراردادن در معادلات دینامیکی مسیر حرکت و دوران موشک در زمان‌های مختلف بدست می‌آید. در این مقاله، استخراج معادلات پروازی وسیله پرنده براساس مشتقات پایداری و ماتریس حالت به کامل‌ترین حالت ممکن استخراج گردیده و در نهایت، معادلات مربوطه برای موشک دوش-پرتاب شبیه‌سازی شده و قابلیت اطمینان و دقت نمودارهای بدست آمده تشریح گردیده است. باید ذکر شود که مبحث قابلیت اطمینان بعنوان ابزار قابلیت اطمینان بکاربرده نشده بلکه قابلیت اطمینان در داده‌های بدست آمده از شبیه‌سازی معادلات پرواز مدنظر بوده و دقت نتایج نیز مورد استفاده و هدف بوده است و برای اینکار صحت سنجی با نرم افزار و مقایسه با بیش از ۳۵ مورد رفرنس معتبر انجام شده است و مقادیر در رنج قابل قبولی هستند.

واژه‌های کلیدی: شبیه‌سازی، موشک دوش-پرتاب، معادلات پرواز، ماتریس حالت، قابلیت اعتماد، مشتقات پایداری

### مقدمه

در این نوع از موشک‌ها سطوح کنترلی در جلوتر از مرکز ثقل و نزدیک به دماغه موشک قرار دارد که با توجه به ماونورهای مورد نیازش کاملاً روش استاندارد و مناسبی است. اما نکته مهم این روش، ضعف آن در کنترل چرخش موشک است که برای این مشکل در انتهای موشک از بالک‌های تثبیت‌کننده استفاده گردیده است [۴، ۸، ۷].



شکل ۱: چیدمان بالک‌ها

لازم بذکر است که به طور کلی برای کنترل وسایل پرنده به روش آیرودینامیکی سه نوع مانور تاکنون معرفی و استفاده شده است: ۱. گردش با سکان، ۲. گردش با غلتش، و ۳. دوران محوری. در روش

در موشک‌های هدایت‌شونده کوتاه‌برد از نیروهای آیرودینامیک بعنوان عوامل کنترل استفاده میشود. این موشک‌ها دارای سطوح کنترلی هستند که با تغییر زاویه‌ی آنها شتاب لازم برای هدایت موشک بر اساس فرامین دریافتی ایجاد میگردد [۱]. موشک دوش پرتاب دارای چهارسطح کنترلی میباشد (شکل-۱)، سطوح ۱ و ۳ تغییر زاویه آنها تغییر جهت فراز موشک را باعث میشود و سطوح ۲ و ۴ که انحراف آنها سبب حرکت سمتی میشود و سکان نامیده میشوند. لازم بذکر است که تغییر هر کدام از سطوح بالا ممکن است سبب ایجاد حرکت چرخشی یا رول در موشک شود. یعنی اگر مثلاً سطوح ۱ و ۳ با یک سرو بچرخند یعنی همزمان با هم نقش بالابر را دارند و اگر هر کدام با یک سرو بچرخند نقش شهپر را دارند [۲، ۶].

سازی راکت [۳۴] قانون هدایت در موشک پدافندی [۳۵] استفاده از خلبان خودکار در الگوریتم خاصی از هدایت موشک این مقاله، ابتدا در بخش اول به معرفی و توضیح مختصری از موشک‌های دوش پرتاب و اهمیت آنها پرداخته شده است. در بخش دوم معادلات حرکت یا پرواز تحلیل و استخراج شده است که از جمله نوآوری‌های این مقاله را شامل می‌شود که تلاش بر این بوده که نواقصی را که دیگران در زمینه مشتقات پایداری و حتی کاستی در مورد معادلات وجود داشته به صورت کامل ذکر گردد. در مبحث شبیه‌سازی معادلات برای موشک دوش پرتاب در حالت طولی و یا عرضی شبیه‌سازی می‌شود که معادلات هر دو حالت ذکر گردیده است و نتایجی استخراج شده و مورد بحث و تحلیل واقع گردیده است. نتایج برای بررسی قابلیت اطمینان به استناد مراجع معتبر ذکر شده در قسمت قبل و همچنین شبیه‌سازی توسط نرم افزار متلب انجام شده این نتایج در پایان نامه نویسنده اول مقاله نیز ثبت شده و مورد دفاع قرار گرفته است باید به این نکته اشاره نمود نتایج و داده های بدست آمده مورد قابلیت اطمینان بوده و از ابزار قابلیت اطمینان بصورت خاص استفاده نشده بلکه صحت سنجی انجام شده تا داده ها دارای دقت بالا در بازه و مقادیر قابل قبول با سایر کارهای انجام شده و در واقعیت باشند. در پایان، نتیجه کلی نیز مورد بحث قرار میگیرد.

مطالعه بر روی کنترل فعال جریان گذرنده از روی ایرفویل در زاویه حمله بالا، ناحیه تحقیقاتی مناسبی در جهت افزایش زاویه حمله قابل استفاده است که کاربردهای مهم زیادی دارد و هدف آن است که گردابه‌های بوجود آمده بر روی ایرفویل با استفاده از دمش گاز مشابه (هوا) از بین رفته و یا این نواحی کاهش یابند. دمش بر روی بال یکی از روش‌های فعال کنترل جریان است. بنابراین پارامترهای موثر در دمش بر روی بال را باید طوری بدست آورد که عملکرد جسم پرنده نسبت به قبل بهتر شود. پارامترهای، سرعت، موقعیت و زاویه دمش در نظر گرفته شده و سایر پارامترها تغییر یافته‌اند تا یک جواب‌های دقیق و بهینه بدست آید. با این کار در واقع گردابه‌های بوجود آمده بر روی بال بطور کامل حذف خواهند شد که به معنای افزایش راندمان آیرودینامیکی بال نیز می‌باشد.

### معادلات حرکت

حرکت موشک در هوا توسط معادلات دیفرانسیل غیرخطی که بیانگر حرکت شش درجه آزادی آن می باشد بیان میگردد برای یک جسم صلب با شش درجه آزادی شش معادله حرکت وجود دارد که سه معادله نیرو و سه معادله گشتاور هستند. انتخاب دستگاه مختصات اولین موضوعی است که در این رابطه مطرح میگردد. در واقع قانون دوم نیوتن هنگامی صادق است که در دستگاه کاملاً ساکن یا اینرسی بکار گرفته شود. برای موشک دوش-پرتاب که

دوران محوری که به صورت مخفف Rolling Airframe یا RA نامیده می‌شود به طور عمدی به چرخش حول محور طولی موشک واداشته میشود در نتیجه هر بالک در طی غلتش وسیله یک لحظه در راستای سمت قرار گرفته و در لحظه بعدی در راستای فراز قرار میگیرد. به این ترتیب از یک بالک در هر دو کانال سمت و فراز میتوان استفاده کرد. همین نکته در مورد حسگرها نیز برقرار است به همین دلیل گاهی به این روش روش تک کاناله نیز میگویند. در مورد موشک‌های پدافند هوایی دوش-پرتاب نیز از این روش مانور دوران محوری استفاده میشود که از مزایای آن میتوان به کاهش جرم، ابعاد، هزینه و نیز ایجاد قابلیت حمل توسط انسان نام برد [۶]. معمولاً موشک پدافندی شامل سه مرحله هستند:

✓ فاز بوست

✓ فاز میانی

✓ فاز نهایی

فاز میانی در واقع مهم‌ترین فاز است زیرا باید موشک را تا محدوده‌ای میبرد که هدف در دید سیستم شناسایی موشک قرار گیرد و نحوه مسیر و حرکت در مدت پرواز در این فاز حایز اهمیت است. مسیر بهینه و صرفه انرژی نکته اساسی دیگری در این فاز است. برای بهینه کردن این فاز، زاویه اولیه پرتاب در فاز بوست (زاویه فراز) اهمیت بالایی دارد، اما این کار در عمل بسیار گران قیمت و زمان‌بر و با خطا ممکن است همراه باشد. در مرجع [۱] به تحلیل معادلات پرواز پرداخته شده است و در مراجع [۲] و [۳] مبحث کنترلی به معادلات اضافه شده است و مدلسازی دینامیکی نیز انجام شده است. مرجع [۴] معادلات برای حالت غیرخطی تحلیل شده است. و در ادامه در [۵، ۶] نوع خاصی از کنترلهای شامل کنترل پیش بین در موشک پدافندی و دوش پرتاب معرفی و تحلیل میشوند. در [۷] که برای نویسندگان همین مقاله بوده به بررسی بالک کنترلی پرداخته شده و در [۸] برای نویسندگان این مقاله بوده و در مورد شبیه‌سازی و مدلسازی برای دوش پرتاب با الگوریتم پی‌آی دی و پیش بین انجام شده است. در [۹] شبیه‌سازی و هدایت دو موشک پدافندی برای شش درجه آزادی [۱۰] طراحی کانال سمتی برای موشک [۱۱] بررسی بالک کنترلی در موشک برای فاز حرکتی سرعت سوپر سونیک [۱۲-۱۴] به بررسی سیستم موشک دفاع هوایی و هدایت پرداخته شده در [۱۵-۱۸] مراجع معتبری در زمینه هدایت و کنترل دینامیک پرواز موشک‌های زمین به هوا هستند. [۱۹-۲۱] کتب معتبر و معروفی در زمینه دینامیک پرواز هستند. [۲۲] در زمینه سیستم کنترل پرواز موشک [۲۳] شبیه‌سازی و ابزار مورد استفاده در متلب [۲۴] کتاب معتبری در زمینه شبیه‌سازی و مدلسازی وسایل هوافضایی [۲۵] در زمینه نرم افزار میسپل دت کام [۲۶-۲۸] در زمینه شبیه‌سازی و دینامیک پرواز وسایل هوافضا و نوع خاصی از الگوریتم هدایت [۲۹-۳۱] قوانین کنترلی موشک پدافندی و هدایت آن‌ها [۳۲] شبیه‌سازی و مدلسازی دینامیک پرواز و خلبان خودکار [۳۳] دینامیک پرواز و شبیه

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \cdot M = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ F_{ay} \\ F_{az} \end{bmatrix} = Q_d A \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} \quad (۴)$$

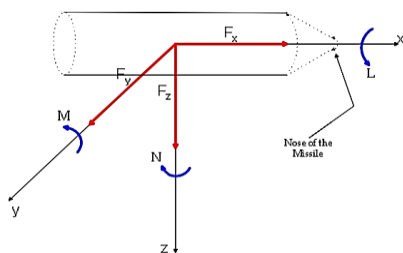
$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = Q_d A d \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix}$$

معادلات حرکت انتقالی و دورانی استخراج شده عبارتند از:

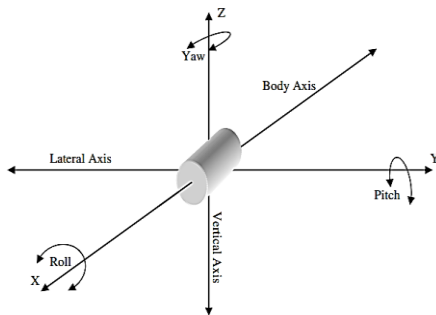
$$\begin{aligned} F_x &= m(u' + qw - rv) \\ F_y &= m(v' + ru - pw) \\ F_z &= m(w' - qu + pv) \end{aligned} \quad (۵)$$

همچنین،

$$\begin{aligned} M_x &= p'I_{xx} + rq(I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz}(pq + r') = l \\ M_y &= q'I_{yy} + rp(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ &= m \\ M_z &= r'I_{zz} - pq(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}(qr - p') \\ &= n \end{aligned} \quad (۶)$$



شکل ۴: دستگاه بدنی موشک همراه با نیروها و گشتاورها

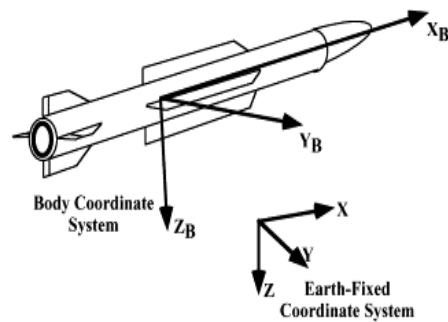


شکل ۵: دستگاه بدنی موشک همراه با زوایای اوایلر

که در واقع سه معادله اول برای حرکت خطی و سه معادله دوم برای حرکت دورانی پرنده هستند. از آنجایی که موشک دارای دو صفحه تقارن است (صفحه فراز و سمت) لذا باید به این نکته توجه کرد که مقادیر ممان های  $I_y$  و  $I_z$  حذف خواهند شد و معادلات اوایلر به شکل زیر در می آیند که این معادلات استخراج شده است: [۶]

$$\begin{aligned} M_x &= p'I_{xx} + rq(I_{zz} - I_{yy}) = l \\ M_y &= q'I_{yy} + rp(I_{xx} - I_{zz}) = m \end{aligned} \quad (۷)$$

در این مقاله به عنوان مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است، به دلیل اینکه زیاد از زمین فاصله ندارد پس به راحتی میتوان حرکت زمین را نسبت به حرکت آن ثابت در نظر گرفت و زمین بعنوان دستگاه اینرسی انتخاب شود. دستگاه بدنه نیز دستگاهی است که به صورت فرضی بر روی موشک نصب شده و محور  $x$  آن در جهت محور طولی موشک به سمت دماغه و محور  $y$  آن در جهت عمود بر بدنه و در جهت بال راست و در نهایت محور  $z$  عمود بر بدنه به سمت پایین و قانون دست راست یعنی صفحه  $xoy$  است [۷].



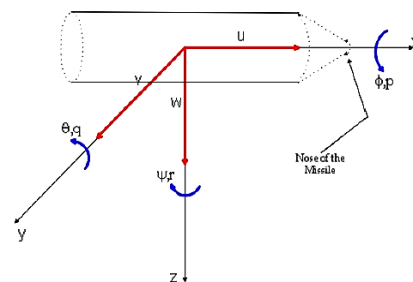
شکل ۲: دستگاه بدنی موشک

سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای را به ترتیب به صورت زیر می‌توان فرموله کرد: [۱]

$$V = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \cdot \omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (۱)$$

ممان اینرسی‌ها نیز به صورت زیر تعریف میشوند: [۶]

$$\begin{aligned} I_x &= \int (y^2 + z^2) dm \\ I_y &= \int (x^2 + z^2) dm \\ I_z &= \int (y^2 + x^2) dm \\ I_{xy} &= \int xy dm \\ I_{xz} &= \int xz dm \\ I_{yz} &= \int yz dm \end{aligned} \quad (۲)$$



شکل ۳: دستگاه بدنی موشک همراه با سرعت خطی و زاویه‌ای

نیروها و گشتاورهای خارجی وارد بر موشک عبارتند از:

با توجه به اینکه در اکثر موشک‌ها تقارن به صورت صلیبی برقرار است به طوری که هم نسبت به صفحه  $OXY$  و هم نسبت به صفحه  $OXY$  تقارن دارند، نتیجه این متقارن بودن صفرشدن همه لختی‌های ترکیبی است (عناصر غیر روی قطر اصلی) حال اگر توزیع جرم به گونه‌ای باشد که  $I_y = I_z = I$  (مانند اکثر موشک‌هایی که سطح مقطع آنها دایروی است) معادلات به صورت زیر در می‌آیند: [۶]

$$\begin{aligned} p' &= \frac{[(I_{yy} - I_{zz})qr + l]}{I_{xx}} \\ q' &= \frac{[(I_{zz} - I_{xx})pr + m]}{I_{yy}} \end{aligned} \quad (۱۳)$$

با توجه به همان شرط تقارن موشک در صفحه‌های اینرسی که  $I_{yy} = I_{zz}$ ، در نتیجه معادلات تبدیل به حالت زیر میشوند: [۱۳]

$$\begin{aligned} p' &= \frac{l}{I_{xx}} \\ q' &= \frac{[(I_{zz} - I_{xx})pr + m]}{I_{yy}} \end{aligned} \quad (۱۴)$$

با توجه به اینکه نیازی که به محاسبه شتاب‌های عمود بر بردار سرعت که منجر به تغییر مسیر میشود هست، معادله اول نیروها در معادلات مربوط به شبیه‌سازی اعمال نمی‌گردد. در معادله دوم نیروها عبارت  $-pw$  بیان میدارد که نیرویی در جهت  $Y$  به واسطه زاویه حمله و چرخش موشک در کانال فراز وجود دارد  $(\alpha = \frac{w}{u})$  به عبارت دیگر اگر موشک چرخش داشته باشد، حرکت فراز موشک با حرکت سمت موشک کوپل میشود که عبارت  $pv$  در معادله سوم نیروهای نیز همین مسئله را بیان میدارد. از آنجایی که دو کانال فراز و سمت دکوپله باشند نرخ چرخش یا رول ( $p$ ) را تا جایی که میشود کوچک نگه میدارند. در یک تحلیل ساده اگر زوایای  $\alpha$  و  $\beta$  بزرگ نباشند آنگاه  $v$  و  $w$  با زوایای نام برده متناسب میشوند. در نتیجه میتوان از عبارت  $pv$  و  $pw$  صرفنظر نمود. حال معادلات گشتاور را در نظر بگیرید که حالت ایده‌آل آنها باید به صورت زیر باشد. به عبارت دیگر، گشتاورها حول یک محور باید شتاب زاویه‌ای حول همان محور ایجاد نمایند که تمامی عبارات دیگر نامطلوب و تداخلی هستند و با نرخ چرخش رول کوچک عبارت خواهند بود از: [۸]

$$\begin{aligned} F_x &= m(u' + qw - rv) \\ F_y &= m(v' + ru) \\ F_z &= m(w' - qu) \\ I_x p' &= l \\ I_y q' &= m \\ I_z r' &= n \end{aligned} \quad (۱۵)$$

ذکر این نکته لازم است که عبارات  $pr$ ،  $pv$ ،  $pw$ ،  $pq$  عبارت از  $r$ ،  $v$ ،  $w$ ،  $q$  مقادیر بزرگی ندارند و اگر  $p$

$$M_z = r'I_{zz} - pq(I_{yy} - I_{xx}) = n$$

اگر فرض کنیم که زوایای دستگاه اینرسی به صورت  $[\psi \ \varphi \ \theta]$  تعریف شوند رابطه بین بردارهای سرعت زاویه‌ای در دو دستگاه به صورت زیر خواهند شد: [۸]

$$\begin{aligned} p &= \dot{\varphi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \\ q &= \dot{\theta}' \cos(\varphi) + \dot{\psi}' \cos(\theta) \sin(\varphi) \\ r &= -\dot{\theta}' \sin(\varphi) + \dot{\psi}' \cos(\theta) \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (۸)$$

ذکر این نکته لازم است که در معادلات حرکت خطی ترم  $-mpw$  بدین معنا است که حرکت موشک در راستای فراز و سمت با چرخش همراه است که بر این اساس طراحان همیشه سعی در کوچک نگه داشتن چرخش یا رول ناخواسته موشک دارند. نیروهای وارد شونده بر موشک شامل نیروی وزن، نیروی رانش و نیروهای آیرودینامیکی میشود که به صورت زیر تعریف میشوند: [۷]

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_{Ax} + F_{Tx} + F_{Gx} \\ F_{Ay} + F_{Ty} + F_{Gy} \\ F_{Az} + F_{Tz} + F_{Gz} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{Ax} + M_{Tx} \\ M_{Ay} + M_{Ty} \\ M_{Az} + M_{Tz} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (۹)$$

$$\begin{aligned} L &= qSdC_L \\ M &= qSdC_M \\ N &= qSdC_N \\ F_{Ax} &= qSC_x \\ F_{Ay} &= qSC_y \\ F_{Az} &= qSC_z \end{aligned} \quad (۱۰)$$

که در معادلات بالا  $q$  برابر فشار دینامیکی است با فرمول  $q = \frac{1}{2} \rho V^2$  و  $S$  برابر سطح مقطع موشک در برخورد با هوا  $d$  نیز قطر بدنه موشک است و ضرایب  $C_L$  و  $C_M$  و  $C_N$  و  $C_x$  و  $C_y$  و  $C_z$  نیز ضرایب آیرودینامیکی هستند. این ضرایب را میتوان به صورت زیر معرفی نمود. از آنجایی موشک نیاز به نیروی جانبی برای کنترل است و این نیرو از طریق نیروهای آیرودینامیکی تامین میشود و نیروها به ضرایب آیرودینامیکی نیازمند هستند، این ضرایب قابل دستیابی از طریق نرم‌افزار میسپیل‌دت کام و یا به صورت زیر میتوان تعریف نمود [۱۵]:

$$\begin{aligned} C_y &= C_{y\beta}\beta + C_{y\tau}\tau + C_{y\delta R}\delta R \\ C_z &= C_{z\alpha}\alpha + C_{zq}q + C_{z\delta e}\delta e \\ C_L &= C_{Lp}p + C_{L\delta\alpha}\delta\alpha \\ C_M &= C_{M\alpha}\alpha + C_{Mq}q + C_{M\delta e}\delta e \\ C_N &= C_{N\beta}\beta + C_{N\tau}\tau + C_{N\delta R}\delta R \end{aligned} \quad (۱۱)$$

نیروی وزن تابعی غیرخطی از وضعیت موشک است که به صورت زیر تعریف میشود: [۲]

$$G = \begin{bmatrix} -9.81 \sin(\theta) \\ -9.81 \cos(\theta) \sin(\varphi) \\ -9.81 \cos(\theta) \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

نظر گرفته میشوند. نحوه بدست آوردن این ضرایب به طور معمول استفاده از نرم‌افزارهای مانند دت کام و نرم‌افزارهای تحلیل آیرودینامیکی است مانند فلوئنت و... راه دیگر استفاده از دیتاهای موشک‌های هم رده است که ممکن است در دسترس وجود داشته باشند [۱۷، ۲۲].

جدول ۱: ضرایب آیرودینامیکی

ضریب	مقدار
$X_u$	-0.045
$X_w$	0.036
$Z_u$	-0.369
$Z_w$	-2.02
$U_0$	100
$M_u$	0
$M_w$	-0.05
$M_q$	-0.008
$M_{w'}$	-0.00089
$X_{\partial e}$	0
$Z_{\partial e}$	-28.15
$M_{\partial e}$	-11.874

سایر پارامترها از نرم‌افزار به صورت لینک شده با نرم افزار متلب بدست می‌آیند مانند فشارهای دینامیکی، اعداد ماخ، ضرایب آیرودینامیکی و غیره. هر وسیله پرنده دارای دو دسته معادلات تفکیک شده بصورت طولی و عرضی هستند. برای شبیه‌سازی هم حالت طولی ذکر گردید که بصورت ماتریس‌های حالت و در ادامه برای حالت عرضی نیز معادلات با ضراب آنها آورده شده است. به این صورت که نواقص هرکدام برطرف شده و در اینجا بصورت کامل ذکر گردیده است. معادلات زیر پارامترهای انتخاب شده از بین تمامی پارامترهای پرواز شش درجه آزادی هستند که در موشک دوش-پرتاب بیشترین تاثیر را دارند (با توجه به توضیحات

در بخش‌های بالاتر) لذا بصورت زیر تعریف میشوند: [۳، ۶، ۷]

$$\begin{aligned} V' &= P_r W - U_r r + Y_V V + Y_{\delta r} \delta r \\ W' &= -P_r V + U_r q + Z_W W + Z_{\delta e} \delta e \\ q' &= \left( \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) P_r r + M_W W + M_q q \\ &\quad + M_{\delta e} \delta e \\ r' &= \left( \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{yy}} \right) P_r q - N_V V + N_r r \\ &\quad + N_{\delta r} \delta r \end{aligned} \quad (18)$$

که ضرایب معادلات بالا نیز بصورت زیر تعریف میشوند:

$$\begin{aligned} Y_V &= \frac{q_r S}{V_r m} C_{Y\beta} \\ Y_{\delta r} &= \frac{q_r S}{m} C_{Y\delta r} \\ Z_W &= \frac{q_r S}{V_r m}; C_{Z\alpha} = -\frac{q_r S}{V_r m} C_{N\alpha} \\ Z_{\delta e} &= \frac{q_r S}{m} C_{Z\delta e} = -\frac{q_r S}{m} C_{N\delta e} \end{aligned} \quad (19)$$

مقدار کوچکی باشد یعنی همان نرخ رول پس قابل صرفنظر است. زاویه حمله و زاویه سرش جانبی را نیز میتوان به صورت‌های زیر تعریف نمود: [۳]

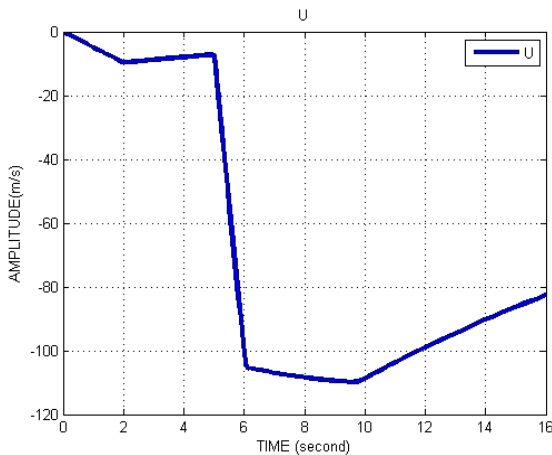
$$\begin{aligned} \alpha &= \tan^{-1} \left( \frac{w}{u} \right) \\ \beta &= \tan^{-1} \left( \frac{v}{u} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

## شبیه‌سازی معادلات حرکتی

برای شبیه‌سازی معادلات، ابتدا معادلات خطی‌سازی شده است. خطی‌سازی معمولاً در فاز بوست و فاز تقویت صورت می‌گیرد، و با دو فرض اساسی به صورت اینکه ثابت ماندن سرعت خطی درامداد محور طولی و فرض دیگر اینکه ثابت ماندن سرعت زاویه‌ای حول محور طولی (چرخش) در بازه زمانی کوچک که این فرضیات با اصل اینکه موشک دوش پرتاب سوخت جامد است صورت گرفته و لذا سرعت درامداد محور طولی قابل کنترل نیست و فقط سرعت عرضی و عمودی قابل کنترل است به وسیله سطوح کنترل پرواز و دیگری اینکه بالکهای موجود در انتهای بدنه موشک وظیفه کنترل و ثابت نگهداشتن حرکت رول را برعهده دارند که با فرضیات مطابقت دارند. لذا با این توضیحات به ماتریس‌های حرکت طولی منتج می‌شود که برای حرکت عرضی نیز معادلات به همین روش ذکر شده بدست آمده و شبیه‌سازی میشوند. [۶، ۲۴، ۲۹]

$$\begin{aligned} x' &= Ax + Bu \begin{bmatrix} u' \\ w' \\ q' \\ \theta' \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \cos(\theta_0) \\ Z_u & Z_w & U_0 & -g \sin(\theta_0) \\ M_u + M_{w'} Z_u & M_w + M_{w'} Z_w & M_q + M_{w'} U_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{\partial e} & X_{th} \\ Z_{\partial e} & Z_{th} \\ M_{\partial e} + M_{w'} Z_{\partial e} & M_{th} + M_{w'} Z_{th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial_e \\ \partial_{th} \end{bmatrix} \quad (17) \end{aligned}$$

ضرایب فوق که در ماتریس‌ها آمده است را میتوان از موشک‌های هم‌ارز دوش-پرتاب (کارهای صورت گرفته) و همچنین از نرم‌افزار میسپل دت کام بدست آورد که ضرایب مورد استفاده برای ما در این شبیه‌سازی مانند مقادیر ارائه شده در جدول ۱-۲۳ زیر هستند [۲۳]. جدول ۱ یکی از مهم‌ترین مباحث مربوط به شبیه‌سازی معادلات پرواز است. این پارامترها که از آنها به ضرایب آیرودینامیکی و مشتقات پایداری در مبحث کنترل و پایداری نام برده میشوند معیاری برای تحلیل یک وسیله پرنده در



شکل ۶: تغییرات سرعت طولی

شکل ۷ بیانگر تغییرات سرعت عمودی و شکل ۸ تغییرات سرعت زاویه‌ای فراز یا همان ( $q$ ) را نشان می‌دهند که آن نیز با توجه به تغییر سرعت عمودی امری طبیعی و البته در بازه قابل قبولی بوده است و میزان زاویه مقداری قابل اجرا بوده است. در نهایت، با توجه به سناریو که فرض شد چون پرتاب موشک در سناریویی بوده که با هدف زاویه اولیه ده درجه را ساخته است و مانور سنگینی برای در یک راستا قرار گرفتن نداشته لذا تغییرات زاویه پیچ نیز در بازه مورد نظر بوده و حاکی از آن است که موشک سریعاً خود را در راستای خط دید با هدف قرار داده است. همچنین، از نتایج این را میتوان استنباط نمود که ترم‌های سرعت طولی و عمودی در رنج قابل قبولی برای این نوع موشک بوده و قابل اطمینان می‌باشد. همچنین تغییرات زاویه فراز و سرعت زاویه‌ای فراز نیز این نتیجه را نمایش می‌دهند که تغییرات سرعت بسیار مهم عمودی، همان‌طور که از نمودار آن نیز مشخص است در لحظات پایانی پرواز رو به کاهش است. این نشان‌دهنده آن است که موشک در لحظه برخورد به هدف در امتداد افقی قرار گرفته است یعنی سیستم کنترل که البته خارج از مبحث این مقاله است به‌درستی عمل کرده است. تغییرات سرعت زاویه‌ای فراز نیز در بازه قابل قبول است و همچنین تغییرات زاویه فراز با فرض زاویه اولیه پرتاب نیز در محدوده قابل قبولی قرار دارد. سرعت این نوع موشک‌ها حداکثر حدود ۰.۸ ماخ است که تغییرات سرعت طولی در این بازه است.

$$M_W = \frac{q_r SC}{I_{yy} V_r} C_{ma}$$

$$M_q = \frac{q_r SC^2}{2 I_{yy} V_r} (C_{mq} + C_{ma})$$

$$M_{\delta e} = \frac{q_r SC}{I_{yy}} C_{m\delta e}$$

$$N_V = \frac{q_r S b}{I_{yy} V_r} C_{n\beta}$$

$$N_r = \frac{q_r S b^2}{2 I_{yy} V_r} (C_{nr} + C_{n\beta})$$

$$N_{\delta r} = \frac{q_r S b}{I_{yy}} C_{n\delta r}$$

در این مقاله، شبیه‌سازی برای معادلات حالت طولی انجام شده و برای حالت عرضی نیز روش شبیه‌سازی دقیق به همین صورت خواهد بود. از آنجایی که سناریوهای مختلفی برای پرتاب موشک وجود دارد، در اینجا، زاویه اولیه پرتاب ده درجه و سرعت اولیه ۱۰۰ متر بر ثانیه برای شبیه‌سازی فرض شده است. میتوان برنامه پیچ پروگرام‌های مختلفی برای هر پرتاب در نظر گرفت که یک برنامه پرتاب ساده در این کار در نظر گرفته شده است که البته هر برنامه‌ای با در نظر گرفتن سیستم کنترل و توان آن برای تلاش‌های کنترلی و سازه‌ای باید در نظر گرفته شود. همان‌طور که گفته شد، شبیه‌سازی برای حالت طولی که ماتریس حالت آن در بالاتر ذکر شده انجام گردیده است هرچند معادلات حالت عرضی نیز ذکر شده‌اند و قابل شبیه‌سازی است. لازم بذکر است روش حل این معادلات در نرم‌افزار متلب و با فرض ( $ode45$ ) است.

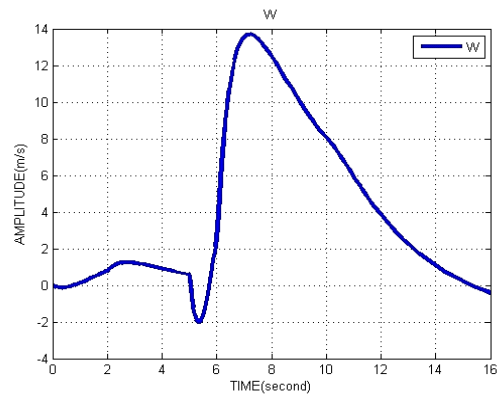
### نتایج شبیه‌سازی و بررسی قابلیت اعتماد

از نمودارها استخراج شده ناشی از شبیه‌سازی و با در نظر گرفتن دقت بالا و قابلیت اطمینان بیشتر، میتوان تحلیل کرد که تغییرات سرعت طولی با این دانسته که سرعت طولی در نوع سوخت جامد و دوش پرتاب قابل کنترل نیست پس تغییر آن به علت تغییر زوایای بالک‌های آیرودینامیکی که منجر به تغییر سرعت عمودی و عرضی میشوند بوده که به سهم خود این تغییر سبب تغییر در سرعت طولی شده است. تغییر ناگهانی و زیاد سرعت طولی (شکل ۶) در بازه زمان منطبق بر تغییر سرعت عمودی و ناگهانی در همان بازه است که صحت ادعا مطرح شده در بالا را تایید میکند این تغییر نشان‌دهنده مانور موشک برای در راستا قرار گرفتن با هدف بوده است.

استخراج شود و با دو فرض بسیار با اهمیت خطی‌سازی معادلات برای موشک دوش پرتاب بدست آمده است؛ که منجر به ماتریس‌های حالت ذکر شده گردید. از این معادلات، توابع تبدیل استخراج میشوند و در نهایت در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی‌ها ارایه گردیده است. میحث شبیه‌سازی معادلات پرواز یک پروسه بسیار پر اهمیت و البته مشکل است و قبلا هم ذکر شده است که سناریوهای بسیار متفاوتی برای آن میتوان در نظر گرفت لذا نمیتوان صرفا به یک شبیه‌سازی اکتفا نمود و برای حالت‌های مختلف، قطعا نتایج متفاوتی قابل استخراج است که با توجه به نیاز مورد نظر می‌توان شبیه‌سازی را انجام داد. هدف از این مقاله، صرفا معادلات پرواز و چگونگی این روند است و در نتیجه نتایج با دقت بالا و قابلیت اطمینانی استخراج گردید که حاکی از صحت شبیه‌سازی در این مقاله بوده است. همچنان که در قسمت چکیده و مقدمه مقاله ذکر شده است باید اشاره نمود از ابزار قابلیت اطمینان استفاده نشده بلکه نتایج بدست آمده صحت سنجی شده با استفاده از مراجع هم رده و نرم افزار قدرتمند شبیه سازی متلب و میسپیل دت کام و ... که نویسندگان مقاله این ادعا را ثابت کرده باشند که نتایج از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار بوده و در پایان نامه نویسنده نیز مورد دفاع بوده است و در بازه قابل قبولی برای تغییرات پارامترهای کنترلی و دینامیکی موشک دوش پرتاب قرار دارند. تمامی معادلات استخراج شده برای این مقاله با دقت بالایی انجام شده و فرضیات در نظر گرفته شده نیز بصورتی بوده است که با حالت قابلیت اطمینان نتایج در تضاد نباشد لذا رابطه معادلات با نتایج کاملا از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار بوده و میتوان از این نتایج در مراحل صنعتی استفاده نمود. ذکر این نکته که شبیه‌سازی برای ماتریس‌های حالت حرکت عرضی نیز به روش مشابه انجام میگردد ، و همچنین که امید است پژوهشگران به آنالیز عدم قطعیت یا آنالیز حساسیت داده ها ادامه راه این تحقیق را انجام دهند.

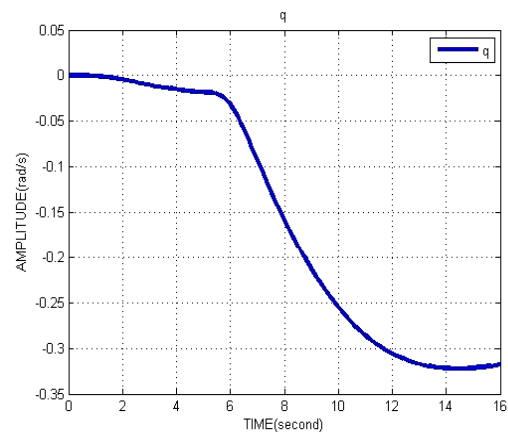
### فهرست علائم

$u$	سرعت انتقالی محور X
$v$	سرعت انتقالی محور Y
$w$	سرعت انتقالی محور Z
$\omega$	سرعت زاویه ای
$p$	سرعت زاویه ای چرخش
$q$	سرعت زاویه ای فراز
$r$	سرعت زاویه ای سمت
$I_x$	ممان اینرسی حول محور X
$I_y$	ممان اینرسی حول محور Y
$I_z$	ممان اینرسی حول محور Z
$I_{xz}$	ممان اینرسی ترکیبی حول محور Y
$I_{xy}$	ممان اینرسی ترکیبی حول محور Z
$I_{yz}$	ممان اینرسی ترکیبی حول محور X
$F$	نیرو
$M$	گشتاور
$C_x$	ضریب آیرودینامیکی نیرو محور X
$C_y$	ضریب آیرودینامیکی نیرو محور Y

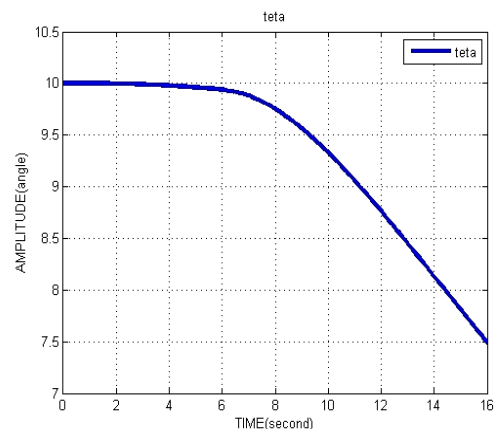


شکل ۷: تغییرات سرعت عمودی

همچنین، شایان ذکر است که چون مدت کل پرواز این نوع موشک‌ها در حدود ۱۶ ثانیه است، فرض شده است که موشک تا پایان این زمان پرواز کرده و در پایان این زمان به هدف برخورد میکند که برای شبیه‌سازی‌های دیگر میتوان زمان را تغییر داد.



شکل ۸: تغییرات سرعت زاویه‌ای پیچ



شکل ۹: تغییرات زاویه پیچ

### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله سعی بر آن شد که با یک روش صریح و ساده نحوه استخراج معادلات وسیله پرنده بخصوص برای موشک دوش پرتاب تشریح و استخراج گردد. برای این منظور، ابتدا، توضیحات اولیه و اهمیت معادلات پرواز در بررسی رفتار وسیله پرنده معادلات برای حالت کلی



- of mechanical engineering of Tabriz University  
2022-2023
- [9] U. Sefastsson, "Evaluation of Missile Guidance and Autopilot through a 6 DOF Simulation Model", 2016.
- [10] Z. Shi, F. Wang, X.-Z. Wang, "Design of Missile Lateral Channel Controller Based on QFT", International Conference on Computational and Information Sciences, pp. 917-920, 21-23 Oct. 2011
- [11] O. Ognjanović, S. Maksimović, N. Vidanović, G. Kastratović, K. Maksimović, "Structural Analyses of Ballistic Missile Fin Configuration During Supersonic Flight Conditions", International Journal of Engineering, Vol. 16, No. 1, February
- [12] R. Mac fadzean, "Surface-Based Air Defense System Analysis", Artech house, Boston, 1992.
- [13] Ch. Chant, "Air defense System and Weaponess", London, 1988.
- [14] P. Garnell, "Guided Weapon Control System", Pergamon Press, newyork, 1980.
- [15] Lennox Duncan, "Jane's Strategic Weapon System", Issue Thirty-seven.
- [16] B. Etkin, "Dynamics of Flight Stability and Control", John Wiley, 1995.
- [17] M. George Siouris, "Missile Guidance and Control System", Springer, 2005.
- [18] M. V. Cook, "Flight Dynamics Principles", Arnold, 1997.
- [19] P. Zarchan, "Tactical and Strategic Missile Guidance, Fourth edition", 2002.
- [20] C. Robert Nelson, "Flight Stability and Automatic Control, Second edition", McGraw-Hill, 1998.
- [21] J. Roskam, "AirPlane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls-part I", DAR Corporation, 2001.
- [22] امین فرمانبردار؛ "سیستم کنترل پرواز موشک" دانشگاه آزاد اسلامی بروجرد ۱۳۸۷
- [23] Mathworks, Inc., "Optimization Toolbox for use with MATLAB®", User's guide, Natick, MA, USA, 2007.
- [24] Zipfel, Peter.H, "Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics", American Institute
- $C_z$  ضریب آیرودینامیکی نیرو محور Z
- $C_l$  ضریب آیرودینامیکی گشتاور محور غلت
- $C_m$  ضریب آیرودینامیکی گشتاور محور فراز
- $C_n$  ضریب آیرودینامیکی گشتاور محور سمت
- $Q$  فشار دینامیکی
- $A, S$  مساحت سطح مقطع
- $m$  جرم
- $\theta$  زاویه اولر فراز
- $\phi$  زاویه اولر غلت
- $\Psi$  زاویه اولر سمت
- $F_A$  نیروی آیرودینامیکی
- $F_T$  نیروی پیشران
- $F_G$  نیروی وزن یا جاذبه
- $\alpha$  زاویه حمله
- $\beta$  زاویه سرش جانبی
- $\delta e$  تغییرات زاویه بالابر
- $\delta a$  تغییرات زاویه شپهر
- $\delta r$  تغییرات زاویه سکان عمودی
- $U_0$  سرعت اولیه محور طولی
- ### مراجع
- [۱] مهدی احمدی ونوربخش فولادی "طراحی مفهومی یک نمونه موشک پدافند هوایی دوش پرتاب "سازمان هوافضا تهران و دانشگاه صنعتی مالک اشتر ۲۰۰۹
- [۲] احمدرضا خوگر وسید محسن آزاده "اصلاح ضرایب آیرودینامیکی و کنترل موشکهای پدافند هوایی با استفاده از فیدبک لرزش بالکهای عقب "دانشگاه صنعتی مالک اشتر ۱۳۸۷
- [۳] عباسعلی رسولی "، مدلسازی دینامیکی و طراحی کنترل مقاوم برای حلقه کنترل یک جسم "، پایان نامه کارشناسی ارشد ، دانشگاه خواجه نصیر الدین طوسی ۱۳۹۱
- [۴] سید حمزه موسی پور "، هدایت سه بعدی موشک زمین به هوا بر اساس مدل غیر خطی "، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تبریز ۱۳۹۰
- [۵] امید کیانی(۱) - اسماعیل زارع زاده(۲) - محمود رحجانی(۳) - حسین فتح آبادی(۴) " کنترل موشک پدافند هوایی در ردیابی هدف از الگوریتم کنترل پیش بین " (۱) کارشناسی ارشد برق و کنترل (۲) کارشناسی ارشد برق مخابرات (۳) و (۴) عضو گروه محققین پدافند هوایی خاتم الانبیا
- [۶] محمدامین ملکیان "، طراحی کنترل کننده پیش بین برای موشک دوش پرتاب با هدایت تناسبی "، پایان نامه کارشناسی ارشد ، دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۹۹
- [7] Mohammad Nadjafi , Mohammad Amin Malekian"Reliable and Improved Selection of Fins/Trim Tabs Layouts on Rocket to Control the Direct Flight"springer- 2022
- [8] Mohammad Najafi, Mohammad Amin Malekian " Reliability analysis of PID-based control simulation and prediction on shoulder – fired missile " Journal



- [30] Siouris, G.M., *Missile guidance and control systems*. 2004: Springer.
- [31] Balakrishnan, S., A. Tsourdos, and B. White, *Advances in Missile Guidance, Control, and Estimation*. Vol. 47. 2012: CRC Press.
- [32] Mohamed M Kamel<sup>1</sup>, Karim M Ali<sup>1</sup>, Mohammed A H Abozied<sup>2</sup> and Yehia Z Elhalwagy<sup>2</sup> "Simulation and modelling of flight missile dynamics and autopilot analysis" 2019 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 610 012033.
- [33] Feng Han,<sup>1</sup> Qiao Zhou; Fang Chen<sup>1</sup>;" *Dynamic Modeling, Simulation, and Flight Test of a Rocket-Towed Net System*" Gregory Chagnon 2019.
- [34] Rashid, Faisal"Use of VR technology and passive haptics for MANPADS training system"Monterey, California: Naval Postgraduate Schoo 2017.
- [35] Krzysztof MOTYL\*<sup>1</sup>, Karol GAŚSIOR " *Computer Application to Simulate the Flight of a GROM Type Anti-Aircraft Guided Missile*"2020.
- of Aeronautics and Astronautics, Inc. 1801 Alexander Bell Drive, Reston, VA 20191-4344, 2000.
- [25] Blake, William B, "Missile DATCOM – User's Manual", AFRL-VA-WP-TR-1998-3009, Feb 1998.
- [26] Tewari, Ashish, "Atmospheric and Space Flight Dynamic", ISBN-10: 0-8176- 4437-7, Birkh" auser Boston, 2007.
- [27] MIL-HDBK-1211,"Military Hand Book Missile Flight Simulation", (Part One), Surface-To-Air Missiles (17 JUL 1995).
- [28] ÖZKAN, B., *Dynamic modeling, guidance, and control of homing missiles*. 2005, MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY.
- [29] Bezick, S., I. Rusnak, and W. Gray. *Design of Guidance Law for Homing Missile via Feedback Linearization. in Aerospace Control Systems*, 1993. Proceedings. The First IEEE Regional Conference on. 1993: IEEE.