

بررسی قابلیت اطمینان داده‌های استحکام فیبر شیشه با استفاده از توزیع وایبول و رابطه بلوم

سعید مرادی حقیقی^۱، محمدعلی فارسی^۲ و محمد نجفی^۳

۱- دانشجوی دکتری، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، s.haghighi@sun.ari.ac.ir

۲- دانشیار، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، farsi@ari.ac.ir

۳- استادیار، پژوهشگاه هوافضا، تهران، ایران، m.nadjafi@ari.ac.ir

چکیده

با توجه به گسترش استفاده از مواد کامپوزیتی، امروزه الیاف شیشه به جایگزین خوبی برای مواد فلزی در صنایع گوناگون تبدیل شده است. از این رو لازم است تا در کنار ویژگی‌های مطلوب این الیاف، آن‌ها را از جهت قابلیت اطمینان نیز بررسی کرد. به این منظور تست‌هایی بر روی آن‌ها به عنوان مثال تست استحکام کششی برای تعیین کیفیت آن‌ها انجام شده است. با توجه به مطالعات انجام شده، توزیع وایبول مناسب‌ترین توزیع برای ارزیابی داده‌های استحکام این مواد است. در این مقاله با استفاده از رابطه بلوم برای قابلیت اطمینان برای داده‌ها با حجم نمونه اندک و یک روش رگرسیون خطی پارامترهای وایبول داده‌های رندوم و تست عملی محاسبه شدند. همچنین نتایج بدست آمده با روش حداکثر درستنمایی مقایسه شدند که مشخص شد روش رگرسیون به دلیل سادگی محاسبات می‌تواند برای تعیین یکی از پارامترها استفاده شود.

واژه‌های کلیدی: الیاف شیشه، قابلیت اطمینان، وایبول، بلوم، رگرسیون خطی، روش حداکثر درستنمایی.

مقدمه

دست آمده از نمونه‌های به ظاهر یکسان که تحت شرایط یکسان تولید، ذخیره و آزمایش می‌شوند وجود دارد. از این رو، آزمایش مخرب چندین نمونه یکسان و تجزیه و تحلیل آماری متعاقب داده‌های استحکام آن‌ها برای ایجاد یک طراحی دقیق، مطابق با احتمال شکست به اندازه کافی کم، ضروری است. مطالعاتی بر روی استحکام شکست الیاف شیشه در گذشته انجام شده است. مطالعات مربوط به قابلیت اطمینان سازه بسته به تحمل آسیب برای محققان کامپوزیت امروزی بسیار مهم است چرا که کاربرد کامپوزیت‌ها در صنایع گوناگون در حال افزایش است. به عنوان نمونه کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف شیشه به عنوان سازه‌های ارجح در پره‌های فن، توربین بادی، در حمل و نقل هوایی، دریایی و زمینی استفاده می‌شود [6]. اکثر این مواد در شرایط سرویس تحت بارگذاری چرخه‌ای قرار می‌گیرند. مکانیسم‌های مواد کامپوزیتی تحت بارگذاری چرخه‌ای و رفتارهای شکست آنها واقعاً پیچیده است [1-4]. شکل شکست هر نوع بسته به خواص مواد، تعداد لایه‌ها و نوع بارگذاری متفاوت است [2]. بنابراین، دانستن رفتار خستگی تحت

در سال‌های اخیر، مواد کامپوزیتی پلی استر تقویت شده با الیاف شیشه (GFRP) سریعتر از فلزات در کاربردهای ساختاری توسعه یافته‌اند. این مواد به دلیل چگالی کم، سختی و استحکام بالا به جای مواد فلزی استفاده می‌شوند [1-4]. الیاف شیشه در واقع نوعی از الیاف متشکل از الیاف بسیار ظریف شیشه و با کارایی بسیار بالا است. این الیاف خواص مکانیکی تقریباً مشابهی با دیگر الیاف مانند پلیمرها و فیبرکربن دارند. گرچه الیاف شیشه به سختی فیبرکربن نیستند، اما در کامپوزیت‌ها بسیار ارزان قیمت‌تر هستند. کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف شیشه به دلیل مقاومت محیطی خوب، تحمل آسیب بهتر برای بارگذاری ضربه، استحکام ویژه بالا و سختی در صنایع گوناگون کاربردهای وسیعی دارند [5].

استحکام الیاف شیشه به عوامل بسیاری وابسته است که می‌تواند بر نتایج تست شکست اثرگذار باشد. تنوع زیادی در استحکام شکست به

- روش‌های پارامتریک: مبتنی بر یک تابع توزیع انتخابی هستند.

رویکرد ناپارامتریک، تلاش می‌کند تا به طور مستقیم مشخصه قابلیت اطمینان یک آیتم (به عنوان مثال، pdf، قابلیت اطمینان و نرخ خطر) از یک نمونه را تخمین بزند. شکل این توابع، اغلب به عنوان نشانه‌ای از مناسب‌ترین نمایش توزیع پارامتری استفاده می‌شود [15].

بنابراین، چنین رویه‌هایی را می‌توان به عنوان ابزاری برای تجزیه و تحلیل داده‌های اکتشافی (مقدمه‌ای) در نظر گرفت.

حجم نمونه اندک

برخی مواقع به دلیل هزینه اقتصادی و زمانی بالا مثل پروژه‌های فضایی، نمی‌توان تست‌های متعددی انجام داد. در چنین مواقعی می‌توان از روش‌های توسعه داده‌شده قابلیت اطمینان استفاده کرد.

فرض کنید با n بار شکست، یک حجم نمونه ساخته شود. داده‌ها را می‌توان بر اساس زمان خرابی به صورت صعودی مرتب نمود: $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$. بلوم برآوردگرهای ناپارامتریک زیر را برای توابع قابلیت اطمینان مورد علاقه معرفی کرد [15]:

$$\hat{h}(t_i) = \frac{1}{(n-i+0.625)(t_{i+1}-t_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (1)$$

$$\hat{R}(t_i) = \frac{n-i+0.625}{n+0.25}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2)$$

$$\hat{f}(t_i) = \frac{1}{(n+0.25)(t_{i+1}-t_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

مروری بر روابط توزیع وایبول

این توزیع به طور گسترده برای نشان دادن زمان خرابی یا طول عمر قطعات و همچنین سیستم‌ها استفاده می‌شود. همچنین در مواردی که احتمال خرابی سیستم به دلیل ضعف در یکی از زیرسیستم‌ها باشد، می‌توان از توزیع وایبول استفاده کرد. توزیع وایبول در منابع مختلف به شکل‌های مختلف دو پارامتری و سه پارامتری نوشته شده است که تابع چگالی احتمال (pdf)، تابع توزیع تجمعی (cdf)، نرخ خرابی و قابلیت اطمینان مشهورترین شکل آن به ترتیب به شرح زیر است [15]:

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad (4)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad (5)$$

بارگذاری چرخه‌ای برای استفاده ایمن از مواد کامپوزیتی و در طرح‌های ساختاری عملی ضروری است [4-1].

تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان مواد کامپوزیت به دلیل شکست ترد در ساختار و به ویژه پراکندگی گسترده داده‌های خستگی یک امر ضروری و اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین، برای کاربرد ایمن مواد کامپوزیتی در صنعت، داده‌های خستگی آنها از نظر آماری باید به خوبی درک شود. خواص آماری مورد استفاده عموماً به توزیع رایج در استحکام متوسط بستگی دارد. توزیع وایبول در ارزیابی داده‌های خستگی از نقطه نظر متغیرهای پارامترهای عمر و قدرت، مقادیر قابل اعتمادتری نسبت به سایر توزیع‌ها دارد [2,7]. بنابراین، در دیگر مطالعات ثابت شده است که توزیع وایبول در ارزیابی قابلیت اطمینان داده‌های خستگی در ساختارهای ترکیبی مفید خواهد بود [2,7,8].

آسیتاس و همکاران [9] با فرض پیروی داده‌های استحکام الیاف شیشه از توزیع وایبول پارامترها را با استفاده از برآورد حداکثر درستنمایی (MLE) تخمین زدند. نارش و همکاران [10] تحلیل قابلیت اطمینانی از استحکام کششی کامپوزیت‌های شیشه/اپوکسی و کربن/اپوکسی بر اساس توزیع وایبول ارائه کردند. تیموری و همکاران [11] یک برآوردگر (LM) برای توزیع وایبول پیشنهاد کردند. کنتز [12] روش‌های برآورد حداقل مربعات تعمیم یافته و حداقل مربعات وزنی را برای پارامترهای توزیعی پیشنهاد کرد. دانسیو و اوورند [13] چهار روش تخمینی از توزیع وایبول را برای داده‌های استحکام شیشه بررسی کردند. متداول‌ترین روش تخمینی که استفاده می‌شود MLE است، اما برای نمونه‌های کوچک، عملکرد خوبی ندارد.

در این مطالعه نتایج بدست آمده از یک تست کشش برای کامپوزیت الیاف شیشه بررسی می‌شود. هدف این کار، بررسی دقت رابطه بلوم برای محاسبه قابلیت اطمینان وقتی تعداد داده‌ها زیاد نباشد. همچنین یک روش رگرسیون خطی برای محاسبه پارامترهای وایبول بیان شده است. در ادامه نتایج حاصل با نتایج توزیع وایبول با استفاده از نتایج حاصل از تست عملی [14] مقایسه می‌گردد.

انتخاب مدل قابلیت اطمینان

در مرحله نخست لازم است مشخص شود که چگونه می‌توان یک مدل مناسب برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان بر اساس داده‌های میدانی و نتایج آزمایش‌ها انتخاب کرد.

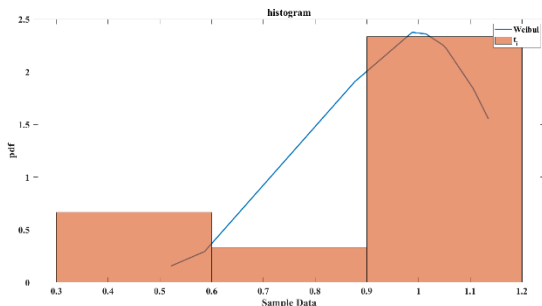
روش‌های گوناگونی برای انتخاب و تخمین مدل‌ها با استفاده از داده‌های خرابی مشاهده شده وجود دارد. به صورت کلی این روش‌ها را می‌توان به دو گروه تقسیم کرد [15]:

- روش‌های ناپارامتریک: به توزیع خاصی نیاز ندارند.

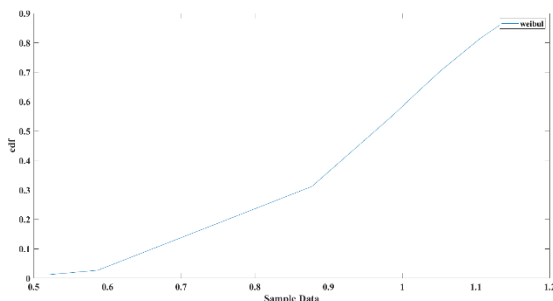
شبیه‌سازی عددی و نتایج

بر اساس توضیحات بخش پیشین، در این بخش به شبیه‌سازی داده‌ها پرداخته خواهد شد. شبیه‌سازی‌ها به چهار گروه مختلف بر اساس نمونه‌های رندوم تولیدشده ($n = 10, 25, 50, 100$) تقسیم می‌شوند. در هر گروه به ازای پارامترهای $\alpha = 1$ و $\beta = 5$ اعداد رندوم تولید شده و به کمک روش‌های گفته‌شده در بخش پیشین برآوردهایی از پارامترهای α و β بدست خواهد آمد و نتایج مقایسه خواهد شد. در ادامه پارامترهای قابلیت اطمینان برای نتایج یک تست عملی استحکام فیبر شیشه به کمک روش‌های گفته‌شده بررسی و مقایسه خواهد شد. گروه ۱:

$$n = 10, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 5$$

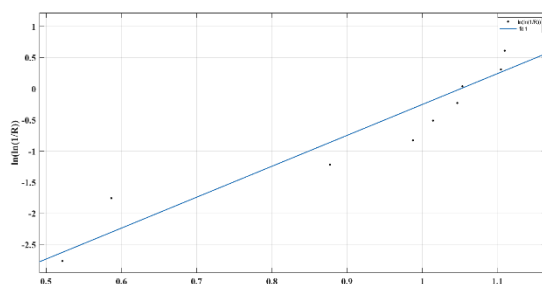


شکل ۱: هیستوگرام و pdf داده‌های گروه ۱



شکل ۲: تابع cdf داده‌های گروه ۱

با ترسیم رابطه ۸ و عبور یک خط از میان داده‌ها و به کمک روابط ۹ و ۱۰ برآوردی از پارامترهای α و β بدست خواهد آمد.



shape parameter

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (6)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta} \quad (7)$$

که در روابط بالا، α ، پارامتر اندازه و β ، پارامتر شکل است. مزایای توزیع دو پارامتری وایبول به شرح زیر است [16]: (الف) این توزیع به شکل تابعی ساده بیان می‌شود و به راحتی قابل اعمال است.

(ب) این توزیع به طور دقیق استحکام استاتیکی و عمر خستگی مواد مرکب را توصیف می‌کند و به طور گسترده برای تجزیه و تحلیل داده‌های آماری ترکیبی پذیرفته شده است. (پ) جداول استاندارد و روال محاسباتی آن موجود است. (ت) روش‌های آزمون فرضیه برای اهمیت آماری، موجود و تأیید شده است.

با گرفتن لگاریتم طبیعی از هر دو طرف معادله (۷) گرفته شده است، معادله زیر (۸) را می‌توان نوشت:

$$\ln\left(\ln\frac{1}{1-F(t)}\right) = \beta \ln t - \beta \ln \alpha \quad (8)$$

با تغییر متغیر $y = \ln\left(\ln\frac{1}{1-F(t)}\right)$ ، $m = \beta \alpha$ و $x = \ln t$ می‌توان یک رگرسیون خطی به شکل زیر رسید:

$$y = mx + c \quad (9)$$

همچنین

$$\alpha = e^{-\left(\frac{c}{\beta}\right)} \quad (10)$$

روش تخمین پارامتر حداکثر درست‌نمایی

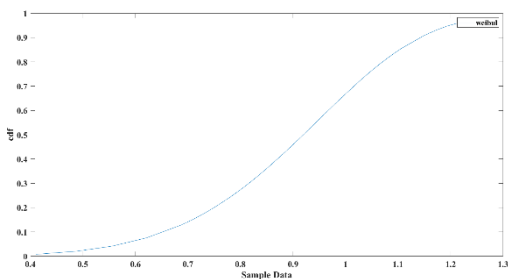
روش حداکثر درست‌نمایی روشی رایج است که معمولاً به منظور تخمین پارامترهای وایبول مورد استفاده قرار می‌گیرد چرا که ویژگی‌های بسیار مطلوبی دارد. فرض کنید t_1, t_2, \dots, t_n یک متغیر تصادفی با اندازه n باشد. برای یافتن برآوردهای حداکثر درست‌نمایی (MLEs) دو پارامتر α و β ، از هر دو طرف معادله (۴) لگاریتم طبیعی گرفته، سپس بر حسب α و β ، مشتق گرفته و برابر با صفر قراردادن آن، داریم:

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \ln t_i - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n t_i^\alpha \ln t_i \quad (11)$$

$$\frac{\partial \ln f}{\partial \beta} = -\frac{n}{\beta} + \frac{1}{\beta^2} \sum_{i=1}^n t_i^\alpha \quad (12)$$

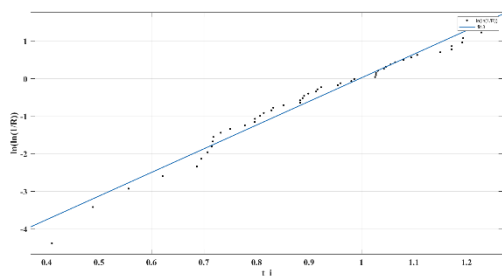
با حل دو معادله فوق به کمک روش‌های عددی مثل نیوتن-رافسون مقادیر دو پارامتر α و β پیدا خواهد شد.

scale parameter



شکل ۸: تابع cdf داده‌های گروه ۳

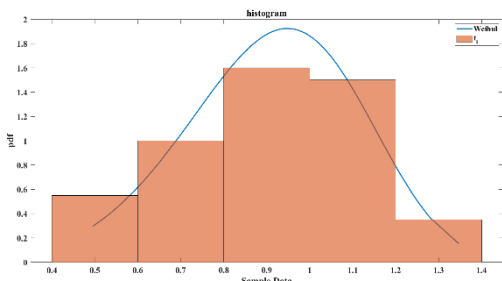
با ترسیم رابطه ۸ و عبور یک خط از میان داده‌ها و به کمک روابط ۹ و ۱۰ برآوردی از پارامترهای α و β بدست خواهد آمد.



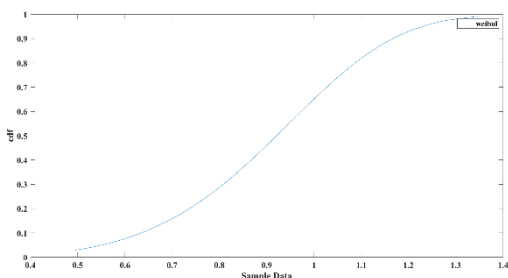
شکل ۹: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های گروه ۱

گروه ۴:

$$n = 100, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 5$$



شکل ۱۰: هیستوگرام و pdf داده‌های گروه ۴



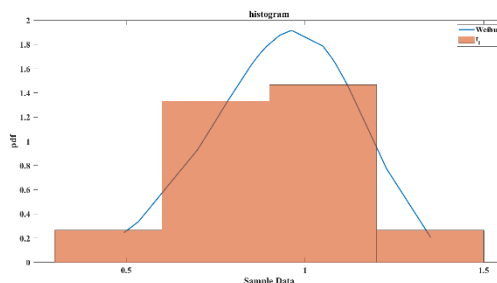
شکل ۱۱: تابع cdf داده‌های گروه ۴

با ترسیم رابطه ۸ و عبور یک خط از میان داده‌ها و به کمک روابط ۹ و ۱۰ برآوردی از پارامترهای α و β بدست خواهد آمد.

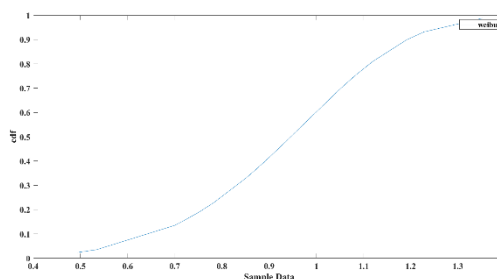
شکل ۳: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های گروه ۱

گروه ۲:

$$n = 25, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 5$$

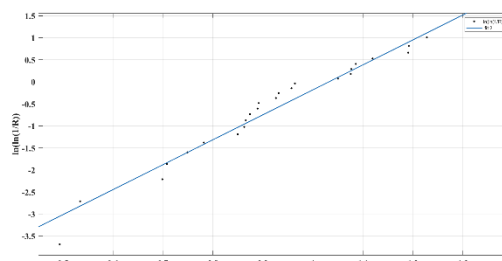


شکل ۴: هیستوگرام و pdf داده‌های گروه ۲



شکل ۵: تابع cdf داده‌های گروه ۲

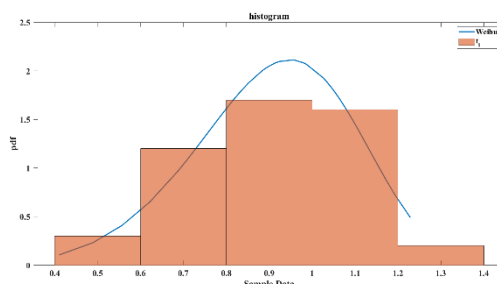
با ترسیم رابطه ۸ و عبور یک خط از میان داده‌ها و به کمک روابط ۹ و ۱۰ برآوردی از پارامترهای α و β بدست خواهد آمد.



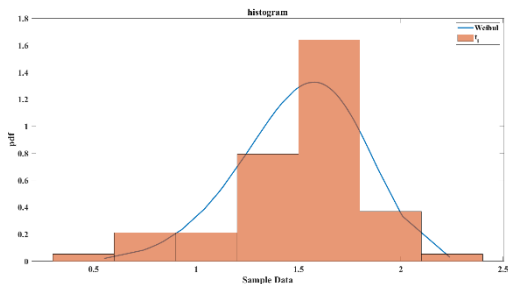
شکل ۶: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های گروه ۲

گروه ۳:

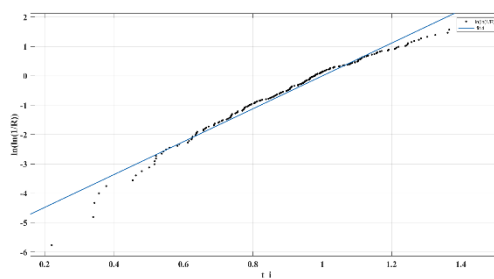
$$n = 50, \quad \alpha = 1, \quad \beta = 5$$



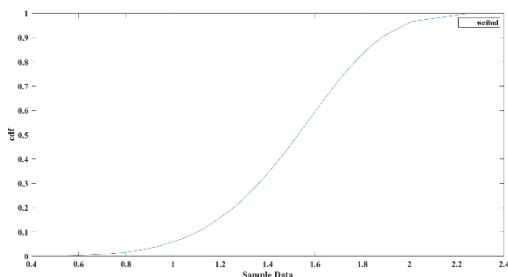
شکل ۷: هیستوگرام و pdf داده‌های گروه ۳



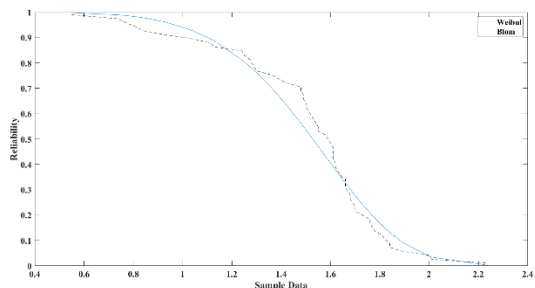
شکل ۱۳: هیستوگرام و pdf داده‌های تست ۱



شکل ۱۲: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های گروه ۴



شکل ۱۴: تابع cdf داده‌های تست ۱



شکل ۱۵: قابلیت اطمینان داده‌های تست ۱

تست ۲: نتایج تست استحکام فیبر شیشه [14]

0/37	0/4	0/7	0/75	0/8	0/81	0/083
0/86	0/92	0/92	0/94	0/95	0/98	1/03
1/06	1/06	1/08	1/09	1/1	1/1	1/13
1/14	1/15	1/17	1/2	1/2	1/21	1/22
1/25	1/28	1/28	1/29	1/29	1/3	1/35
1/35	1/37	1/37	1/38	1/4	1/4	1/42
1/43	1/51	1/53	1/61			

با توجه به نتایج بالا، می‌توان نمودارهای pdf و هیستوگرام، cdf، و قابلیت اطمینان آن را ترسیم کرد.

به کمک روابط ۹ و ۱۰ و همچنین تغییر متغیرهای اعمالی در رابطه ۸ می‌توان پارامترهای α و β را بدست آورد که این نتایج برای هر چهار گروه در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: مقایسه پارامترهای پارامترهای α و β

α	$m = \beta$	روش	n
2.655	4.969	رابطه ۹	۱۰
1.0296	4.2110	MLE	
2.807	5.165	رابطه ۹	۲۵
1.0207	4.7129	MLE	
2.708	5.896	رابطه ۹	۵۰
0.9995	5.4555	MLE	
2.733	5.870	رابطه ۹	۱۰۰
1.0013	5.5468	MLE	

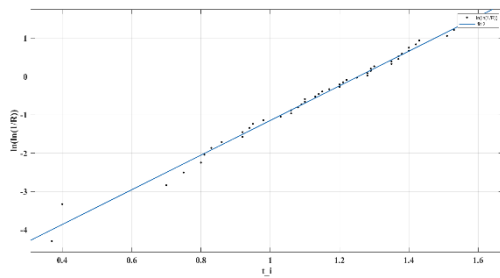
با توجه به نتایج فوق مشخص است که این روش برای زمانی که داده‌ها کم باشد، برای برآورد β با دقت خوبی قابل قبول است. در صورتی که در برآورد α ، روش حداکثر درست‌نمایی بهتر عمل می‌کند.

در ادامه نتایج دو تست عملی از استحکام فیبر شیشه بررسی خواهد شد که داده‌های آن در ادامه ذکر شده است.

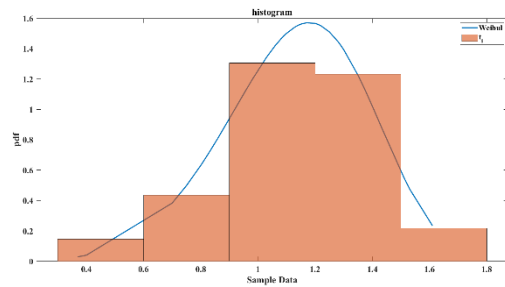
تست ۱: نتایج تست استحکام فیبر شیشه [14]

0.55	0.93	1.25	1.36	1.49	1.52	1.58
1.61	1.64	1.68	1.73	1.81	2.00	0.74
1.04	1.27	1.39	1.49	1.53	1.59	1.61
1.66	1.68	1.76	1.82	2.01	0.77	1.11
1.28	1.42	1.50	1.54	1.60	1.62	1.66
1.69	1.76	1.84	2.24	0.81	1.13	1.29
1.48	1.50	1.55	1.61	1.62	1.66	1.70
1.77	1.84	0.84	1.24	1.30	1.48	1.51
1.55	1.61	1.63	1.67	1.70	1.78	1.89

با توجه به نتایج بالا، می‌توان نمودارهای pdf و هیستوگرام، cdf، و قابلیت اطمینان آن را ترسیم کرد.



شکل ۲۰: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های تست ۲

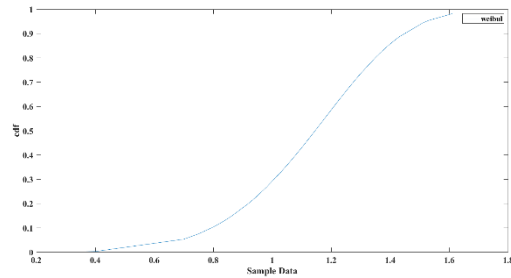


شکل ۱۶: هیستوگرام و pdf داده‌های تست ۲

مقادیر های α و β محاسبه شده در جدول زیر آمده است.

جدول ۲: مقایسه پارامترهای پارامترهای α و β

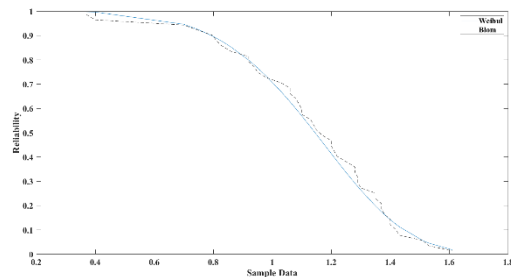
α	β	روش	تست
3.71	4.777	رابطه ۹	۱
1.6281	5.7807	MLE	
3.167	4.918	رابطه ۹	۲
1.2297	5.2875	MLE	



شکل ۱۷: تابع cdf داده‌های تست ۲

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله به بررسی و مقایسه دو روش برآورد پارامترهای وایبول پرداخته شد. همچنین رابطه قابلیت اطمینان به کمک رابطه بلوم با وایبول مقایسه شد. با استفاده از نتایج بدست آمده مشخص شد روشی که به کمک رگرسیون خطی بدست آمده با توجه به سادگی محاسبات می‌تواند مقادیر β قابل قبولی منتج شود. در حالی که در تعیین پارامتر α دقت چندان مطلوبی ندارد. همچنین مشخص شد رابطه بلوم در حجم نمونه اندک تقریب خوبی از قابلیت اطمینان ارائه می‌دهد.

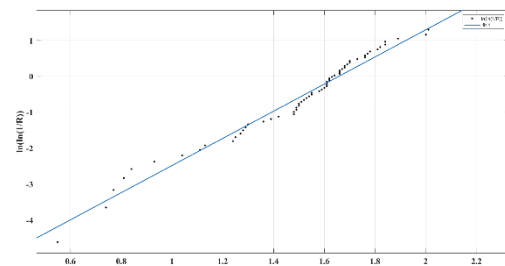


شکل ۱۸: قابلیت اطمینان داده‌های تست ۲

مراجع

- [1] Tomita, Y., Morioka, K., and Iwasa, M., 2001, "Bending Fatigue of Long Carbon Fiber-Reinforced Epoxy Composites," *Mater. Sci. Eng. A*, **319**–**321**, pp. 679–682.
- [2] Khashaba, U. A., 2016, "Fatigue and Reliability Analysis of Unidirectional GFRP Composites under Rotating Bending Loads," <http://dx.doi.org/10.1177/0021998303037004680>, **37**(4), pp. 317–331.
- [3] Van Paepegem, W., and Degrieck, J., 2001, "Experimental Set-up for and Numerical Modelling of Bending Fatigue Experiments on Plain Woven Glass/Epoxy Composites," *Compos. Struct.*, **51**(1), pp. 1–8.
- [4] Abd Allah, M. H., Abdin, E. M., Selmy, A. I., and Khashaba, U. A., 1997, "Effect of Mean Stress on Fatigue Behaviour of GFRP Pultruded Rod Composites," *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, **28**(1), pp. 87–91.
- [5] Sathishkumar, T. P., Satheeshkumar, S., and Naveen, J., 2014, "Glass Fiber-Reinforced Polymer Composites – a Review," <http://dx.doi.org/10.1177/0731684414530790>,

همانطور که مشاهده می‌شود وقتی داده‌ها کمتر است تقریب قابلیت اطمینان بلوم مقادیر دقیق‌تری را نشان می‌دهد. همچنین می‌توان به کمک روابط ۸ تا ۱۰ مشابه قسمت قبل به محاسبه پارامترهای α و β پرداخت. همچنین به کمک MLE میتوان مقادیر پارامترهای α و β را محاسبه و مقایسه کرد.



شکل ۱۹: ترسیم رابطه ۸ برای داده‌های تست ۱

- 47(1), pp. 93–109.
- [12] Kantar, Y. M., 2015, “Generalized Least Squares and Weighted Least Squares Estimation Methods for Distributional Parameters,” *REVSTAT-Statistical J.*, **13**(3), pp. 263–282–263–282.
- [13] Datsiou, K. C., and Overend, M., 2018, “Weibull Parameter Estimation and Goodness-of-Fit for Glass Strength Data,” *Struct. Saf.*, **73**, pp. 29–41.
- [14] Wu, Y., Xie, H., Chiang, J. Y., Peng, G., and Qin, Y., 2021, “Parameter Estimation and Applications of the Weibull Distribution for Strength Data of Glass Fiber,” *Math. Probl. Eng.*, **2021**.
- [15] Modarres, M., Mark, P. K., and Vasiliy, K., 2016, *RELIABILITY ENGINEERING and RISK ANALYSIS Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide*, CRC press.
- [16] Khashaba, U. A., 2003, “Fatigue and Reliability Analysis of Unidirectional GFRP Composites under Rotating Bending Loads,” <http://dx.doi.org/10.1177/0021998303037004680>, **37**(4), pp. 317–331.
- 33**(13), pp. 1258–1275.
- [6] Sakin, R., and Ay, I., 2008, “Statistical Analysis of Bending Fatigue Life Data Using Weibull Distribution in Glass-Fiber Reinforced Polyester Composites,” *Mater. Des.*, **29**(6), pp. 1170–1181.
- [7] Abdallah, M. H., Abdin, E. M., Selmy, A. I., and Khashaba, U. A., 1996, “Reliability Analysis of GFRP Pultruded Composite Rods,” *Int. J. Qual. Reliab. Manag.*, **13**(2), pp. 88–98.
- [8] Harris, B., 2003, “A PARAMETRIC CONSTANT-LIFE MODEL FOR PREDICTION OF THE FATIGUE LIVES OF FIBRE-REINFORCED PLASTICS,” *Fatigue Compos.*, pp. 546–568.
- [9] Acitas, S., Aladag, C. H., and Senoglu, B., 2019, “A New Approach for Estimating the Parameters of Weibull Distribution via Particle Swarm Optimization: An Application to the Strengths of Glass Fibre Data,” *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, **183**, pp. 116–127.
- [10] Naresh, K., Shankar, K., and Velmurugan, R., 2018, “Reliability Analysis of Tensile Strengths Using Weibull Distribution in Glass/Epoxy and Carbon/Epoxy Composites,” *Compos. Part B Eng.*, **133**, pp. 129–144.
- [11] Teimouri, M., Hoseini, S. M., and Nadarajah, S., 2013, “Comparison of Estimation Methods for the Weibull Distribution,” <http://dx.doi.org/10.1080/02331888.2011.559657>,