هفتمین کنفرانس بین‌المللی
مهندسی قابلیت اطمینان و ایمنی

شناسایی سیستم با استفاده از کالمن تطبیقی و حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی تطبیقی در حضور نویز با ریست کردن ماتریس کواریانس

فاطمه خواجه محمدی [۱]، عبدالمجید خوشنود[۲] و سید سینا زهتابچی[۳]

۱- دانشجوی دکتری هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی ، تهران، ایران، s.khajemohammadi@yahoo.com
۲- دانشیار، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران، khoshnood@kntu.ac.ir
۳- ;کارشناسی ارشد هوافضا، دانشگاه تهران، تهران، ایران، sinazehtabchi@yahoo.com

چکیده

امروزه بسیاری از روش‌های طراحی کنترل‌کننده مبتنی بر استفاده از یک مدل برای سیستم مورد کنترل می‌باشند، اما در عمل پیدا کردن یک مدل دقیق برای یک سیستم به دلیل خصوصیات غیرخطی یا تغییرپذیری با زمان و یا بالا بودن رتبه آن عموما امکان‌پذیر نیست. به این دلایل می‌بایست وجود نویز در سیگنالهای اندازه گیری شده و مورد استفاده در پروسه شناسایی مدل سیستم را هم اضافه نمود. اصولا اختلاف بین یک سیستم واقعی و مدل آن می‌تواند ناشی از وجود خطا در شناسایی پارامترهای سیستم یا تقریب سیستم غیرخطی و تغییرپذیر با زمان توسط یک مدل خطی تغییرناپذیر با زمان باشد. در هر صورت کنترل‌کننده طراحی شده مبتنی بر مدل نامی سیستم، باید قادر باشد تا سیستم واقعی را هم به نحو مطلوب کنترل نماید. در این مقاله سعی بر آن داریم که با استفاده از روش‌های آنلاین شناسایی سیستم، سیستمی که دارای پارامترهای متغیر با زمان است را شناسایی کنیم، در روش فاکتور فراموشی تطبیقی به جای استفاده از یک ضریب فراموشی ثابت از رابطه‌ای متغیر با زمان استفاده می‌کنیم که در آن فاکتور فراموشی در هر مرحله به روز می‌شود و در روش کالمن تطبیقی ماتریس ورن دهی کالمن را متناسب با هر مرحله انتخاب می‌کنیم به عبارتی کوواریانس پارامترهای در حال تغییر را تا شماره‌ی داده‌های هر مرحله بدست می‌آوریم که همزمان ریست کردن ماتریس کواریانس را نیز در این شناسایی به کار برده‌ایم. با این دو رویکرد توانسته‌ایم در حضور نویز به نتایج خوبی برسیم و با تقریب مناسبی به مقدار دقیق میل کنیم.

واژه‌های کلیدی: شناسایی سیستم-کالمن تطبیقی-فاکتور فراموشی تطبیقی-حداقل مربعات بازگشتی

مقدمه

اساسی ترین هدف در شناسایی سیستم‌ها ایجاد مدلی است که رفتاری همانند سیستم اصلی داشته باشد در واقع هدف در شناسایی و مدلسازی هر سیستم ارائه مدلی است که قابلیت توصیف پهنه گستردهای از دینامیک و ساختار سیستم اصلی را دارا باشد و مدل میبایست تا حد امکان رفتار سیستم اصلی را شبیه سازی نماید. روشهای مختلفی برای شناسایی وجود دارد که از جملهی آنها روش حداقل مربعات بازگشتی میباشد که عملیات شناسایی و تخمین به صورت بر روی خط انجام می پذیرد، یعنی اینکه بـا اسـتفاده از اطلاعـات ورودی و خروجی موجود و تخمین پارامترها در لحظه قبل، میتوان پارامترها را در لحظه فعلی تخمین زد

روش حداقل مربعات بازگشتی با متغیر در نظر گرفتن بعضی از پارامترها، در تخمین پارامترهای دیگر دچار مشکل خواهد شد که دلیل آن می‌تواند این باشد که اعمال تابع متغیر با زمان سبب نوسانات به شدت زیاد شده است، همین باعث می‌شود که توان‌های بالاتر رگرسور

ما نیز درگیر تخمین و نوسان شوند. در واقع روش حداقل مربعات بازگشتی به تنهایی پاسخگو سیستم دارای پارامتر متغیر با زمان نیست. از طرفی اگر شیب تغییرات این پارامترها زیاد باشد سبب می شود پارامترها به صورت ناگهانی تغییر کنند، لذا سیستم تا قبل از تغییر ناگهانی آن می‌تواند سیستم را به خوبی شناسایی نماید.

این روش، روشی بهنگام در شناسایی سیستم‌هاست که به کمک آن می‌توان با فرض معلوم بودن ساختار سیستم، پارامترها را به نحو مطلوبی تخمین زد. مساله‌ای که در اینجا مطرح می‌شود این است که در این الگوریتم، تمام پارامترها با ارزشی برابر تخمین زده خواهند شد، درحالیکه پارامترها متغیر با زمان باشند نیز سرعت تغییرات هر پارامتر با زمان در ارزش محاسباتی آن و در روند تخمین بسیار موثر بوده و باید لحاظ شوند. روش حداقل مربعات بازگشتی این کار را انجام نداده و همهی پارارمترها را با ارزش یکسان تخمین میزند که ما در این مقاله با استفاده از فاکتور فراموشی تطبیقی و استفاده از کالمن تطبیقی توانستهایم در حضور تغییر پارامترها با زمان بتوانیم پارامترها را با دقت مناسبی تخمین بزنیم. در روش حداقل مربعات بازگشتی، بدون ریست به همگرایی پارامترها به مقادیر مورد نظر نمیرسیم اما در این حالت حتی پارامتر متغیر نیز به خوبی به سمت مقدار واقعی خود می‌رسد. فلذا با استفاده از ریست کردن ماتریس کواریانس میتوان حتی پارامترهای متغیر با زمان سیستم را به طور خوبی ردیابی کرد.

در این پژوهش ابتدا یک سیستم را در نظر میگیریم که بعضی از پارامترهای آن متغیر با زمان میباشند و در نهایت با اعمال این دو روش شناسایی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس، پارامترها را با دقت بالا و خطای کم تخمین میزنیم در روش حداقل مربعات بازگشتی با در نظرگیری فاکتور فراموشی تطبیقی به جای استفاده از یک ضریب فراموشی ثابت از رابطهای متغیر با زمان استفاده می‌کنیم که در آن فاکتور فراموشی در هر مرحله آپدیت می‌شود و با توجه به تغییرات تغییر می‌کند و در روش کالمن تطبیقی ماتریس وزن دهی کالمن را متناسب با هر مرحله انتخاب می‌کنیم به عبارتی کوواریانس پارامترهای در حال تغییر را تا شماره‌ی داده‌های هر مرحله بدست می‌آوریم که در ادامه خواهیم دید با استفاده از این دو رویکرد برای شناسایی، علاوه بر تخمین پارامترها با دقت بسیار عالی، به همراه ریست کردن هم پاسخ بطور چشمگیری بهتر شد و خطا نیز بسیار کمتر از حالت بدون ریست گردید این دستورالعمل شما به راحتی می‌توانید با بازنویسی بر روی هر بخش مقاله خود را مطابق فرمت همایش تهیه نمایید. از نویسندگان محترم دعوت می‌شود که دستورالعمل زیر را در هنگام آماده‌سازی مقاله دقیقاً رعایت نمایند، اطمینان داریم که نویسندگان محترم هم این دقت‌ها را در راستای بالا بردن کیفیت برگزاری همایش مهم شمرده و رعایت آنها را لازم می‌دانند.

در مقالات متعددی از روش های شناسایی استفاده شده که به طور مثال کانگ و همکاران در [۱] یک الگوریتم شناسایی مبتنی بر فیلتر کالمن پیشنهاد شده است و برای سیستم‌های با اندازه‌گیری های تصادفی از دست رفته می‌باشد که این الگوریتم از محدودیت‌های خطی استفاده می‌کند و دقت برآورد پارامتر را نسبت به نتایج قبلی بهبود می‌بخشد. معصومی و همکاران در [۲] روش فیلتر کالمن برای شناسایی پارامترها با تحریک ناشناخته بیان شده است و با ارائه مدل ساختاری سیستم به فرم فضای حالت آورده شده است که نشان داده شد که همگرایی پارامترها بسیار سریع می‌باشد. چیوا و همکاران [۳] عملکرد کنترل اکستریموم با استفاده از ارزیابی حداقل مربعات با استفاده از فاکتور فراموشی بهبود یافته است. داس و همکاران در [۴] در این مقاله، نویسندگان الگوریتم کمترین مربع بازگشتی کوچک (RLS) را با یک تقریب جدید از نرم‌دهی ضریب فیلتر برای تنظیم کردن تابع هزینه RLS بهبود می بخشند. الگوریتم پیشنهادی عملکرد پیشرفته را نسبت به الگوریتم‌های موجود به دست می‌دهد. لیو و همکاران در [۵] بر روی سازگاری برآورد پارامتر رگرسیون در مدل رگرسیون تمرکز دارد. در این مقاله ابتدا تصور می‌کردند که واریانس نویز به طور پیش‌بینی شناخته شده است و حل مسئله بازگشتی به صورت آنلاین با محاسبه برآورد حداکثر احتمال در یک چارچوب می‌باشد و در نهایت تخمین را انجام داده‌اند.

در ادامه به تبیین روش های شناسایی و نتایج حاصل از پیاده سازی آن ها می پردازیم.

حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی با ریست کردن

در قسمت قبل بیان کردیم که متدهای مختلفی برای شناسایی وجود دارد که یکی از آنها روش حداقل مربعات بازگشتی می‌باشد که عملیات شناسایی و تخمین به صورت بر خط انجام می‌پذیرد، یعنی اینکه بـا اسـتفاده از اطلاعـات ورودی و خروجـی موجود و تخمین پارامترها در لحظه قبل، می‌توان پارامترها را در لحظه فعلی تخمین زد که به دلیل وابسته بودن به لحظات قبلی به آن روش بازگشتی می‌گویند.

در ابتدا ما نیاز داریم که داده‌هایی برای انجام این شناسایی داشته باشیم در این قسمت داده‌ها به صورت بهنگام (On-Line) وارد سیستم می‌شوند و کار تخمین صورت می‌گیرد. همچنین فرض می‌کنیم ساختار مدل شناخته شده باشد. و ابتدا واریانس نویز را ۰،۰۱ درنظر می‌گیریم و ماتریس اولیه p را در ابتدا ⟦۱۰⟧^۳I درنظر می‌گیریم و مقدار اولیه‌ها را صفر در نظر می‌گیریم روابطی که در این قسمت برای محاسبات به کار می‌روند به شرح زیر است.

$$p^{t+1} = p^t - p^t \frac{x^{t+1} x^{t+1^T} p^t}{1 + x^{t+1^T} p^t x^{t+1}} \qquad (1)$$

$$\hat{\theta}^{t+1} = \hat{\theta}^{t} - p^{t+1}x^{t+1}(x^{t+1^T}\hat{\theta}^{t} - y^{t+1}) \quad (۲)$$

$$p^{t} = (X^{t^T}X^{t})^{-1} \quad (۳)$$

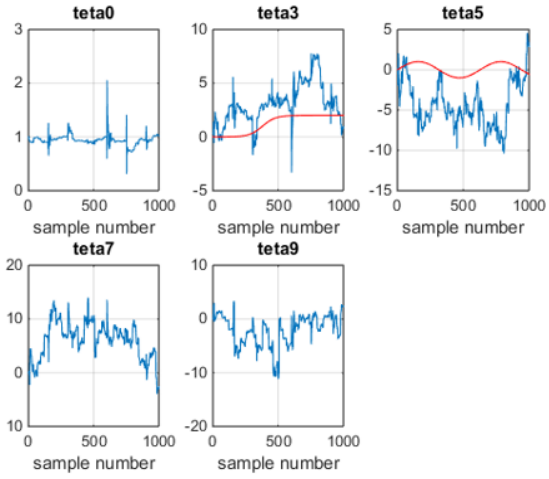
در این مقاله ساختار مدل را می‌توانیم به هر صورتی که می‌خواهیم در نظر بگیریم و رگرسورها می‌توانند سینوسی و یا چند جمله‌ای باشند و با به صورت تابع تبدیل بیان شوند که ما مدلی را در نظر می‌گیریم که ۵ رگرسور با ۵ پارامتر داریم که رگرسورها چند جمله‌ای هستندکه ۲ پارامتر از این ها متغیر با زمان است و معادلات تغییر آنها به شرح زیر است:

$$\theta_3 = 1 + tansig(g \times (t - 380)) \quad (۴)$$

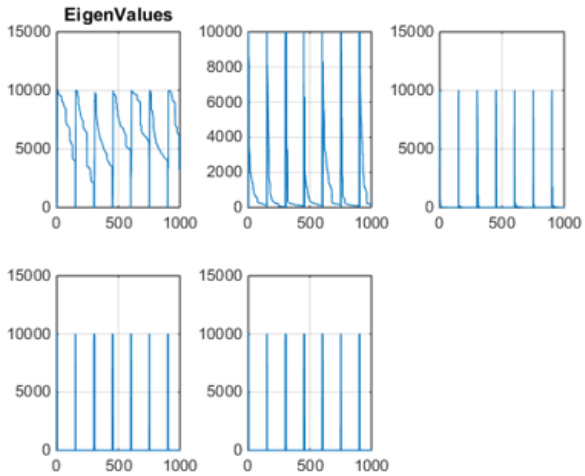
$$\theta_5 = sin(0.01t) \quad (۵)$$

در رابطه‌ی ۴ مقدار g را ملاحظه می‌کنیم که در واقع شیب تغییرات پارامتر سوم ما می‌باشد که با بررسی‌های انجام شده به این نتیجه رسیده‌ایم که با زیاد شدن شیب تابع پارامتر متغیر با زمان (افزایش g) تخمین پارامتر دشوارتر خواهد شد و ما برای بدترین حالت این طراحی‌ها را انجام می‌دهیم. همچنین که هرچقدر مقدار g کاهش یابد همگرایی پارامترها بهتر می‌شود اما ظاهرا در همگرایی مقادیر ویژه تاثیر قابل ملاحظه‌ای ندارد

ابتدا ۱۰۰۰ داده تصادفی با توزیع نرمال بین [0,1] انتخاب می‌کنیم. یک نویز گوسی را نیز با واریانس متغیر ایجاد می‌کنیم و در نهایت ماتریس کواریانس را نیز ریست می‌کنیم تا همگرایی ماتریس کواریانس بهبود ببخشد که نتایج تخمین پارامتر و همگرایی پارامترها را در شکل ۱ و شکل ۲ به ترتیب می‌بینیم.



شکل ۱: تخمین پارامترها با روش حداقل مربعات بازگشتی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس



شکل ۲: همگرایی مقادیر ویژه به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

از دو شکل بالا در می‌یابیم که با تغییر پارامترها و استفاده از روش حداقل مربعات بازگشتی تخمین کمی دچار مشکل شده است و دقت تخمین کمی پایین است ولی با ریست کردن توانسته‌ایم همگرایی پارامترها را بهبود دهیم. به نکته حائز اهمیت بر می‌خوریم که با متغیر در نظر گرفتن یکی از پارامترها، در تخمین پارامترهای دیگر دچار مشکل شده‌ایم که دلیل آن می‌تواند این باشد که اعمال تابع متغیر با زمان سبب نوسانات به شدت زیاد شده است، همین باعث می‌شود که توان‌های بالاترu نیز درگیر تخمین و نوسان شوند. در واقع RLS به تنهایی پاسخگو سیستم دارای پاررامتر متغیر با زمان نیست. از طرفی اگر شیب زیاد باشد (مقدار g زیاد باشد) سبب می‌شود چون پارامتر θ به صورت ناگهانی تغییر می‌کند، لذا سیستم تا قبل از تغییر ناگهانی آن می‌تواند سیستم را به خوبی شناسایی نماید.

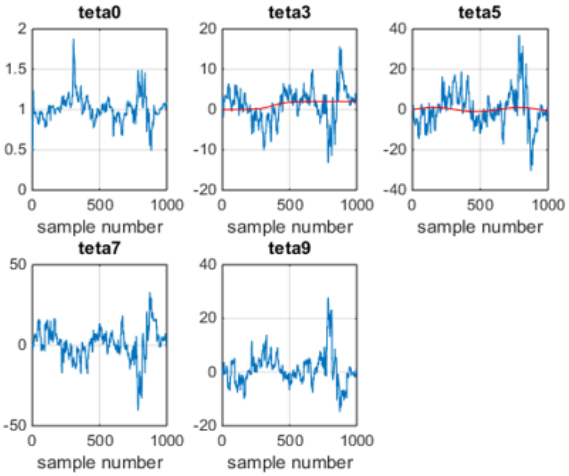
اگر دارای پارامتر متغیر باشیم می‌توانیم با استفاده از یکی از روش‌های مورد استفاده که یکی از آنها به کار بردن فاکتور فراموشی است می‌توانیم باعث این شویم که تاثیر داده‌هایی که در هر لحظه وارد می‌شود بیشتر از داده‌های قبلی باشند. حال از فاکتور فراموشی استفاده می‌کنیم که حداقل مربعات با فاکتور فراموشی دارای روابط زیر می‌باشند:

$$p^{t+1} = (p^{t}/\lambda) - p^{t}\frac{x^{t+1}x^{t+1^T}p^{t}}{\lambda + x^{t+1^T}p^{t}x^{t+1}} \quad (۶)$$

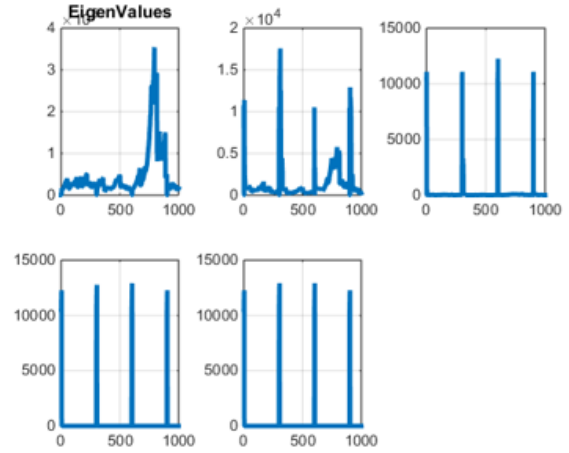
$$\hat{\theta}^{t+1} = \hat{\theta}^{t} - p^{t+1}x^{t+1}(x^{t+1^T}\hat{\theta}^{t} - y^{t+1}) \quad (۷)$$

$$p^{t} = (X^{t^T}X^{t})^{-1} \quad (۸)$$

که میبینیم تنها ماتریس کواریانس تغییر می‌کند. که نتایج تخمین پارامتر به شکل زیر می‌باشد:



شکل ۳: تخمین پارامترها با روش حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس



شکل ۴: همگرایی مقادیر ویژه با روش حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

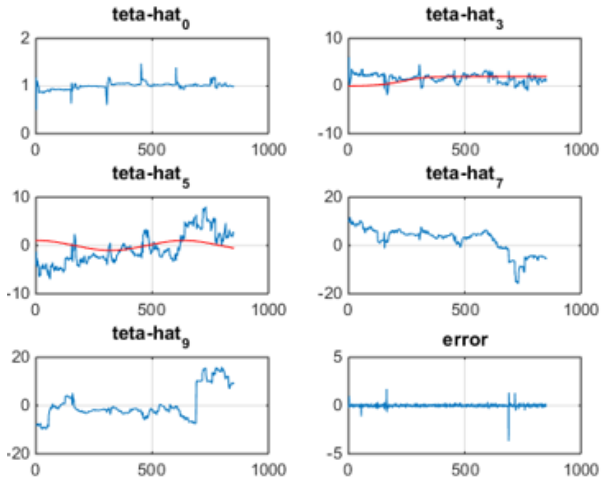
در شکل ۳ و ۴ مشاهده می‌شود که با استفاده از فاکتور فراموشی می‌توان تغییر پارامتر را به صورت ردیابی با نوسانات زیاد، انجام داد و همگرایی به مقادیر واقعی را تحقق بخشید. اما شایان ذکر است که در نقاطی که تغییرات پارامتر به صورت سریع رخ داده با فاکتور فراموشی نمی‌توان جلوی خطای تخمین از مقدار واقعی را گرفت ولی با استفاده از فاکتور فراموشی و مقایسه این دو با توجه به اشکال ۱ و ۳ می‌توان این نتیجه را گرفت که با استفاده از فاکتور فراموشی تخمین پارامترها با دقت بالاتری انجام شده است ولی به علت وجود این فاکتور که در صورت کم بودن باعث ایجاد نوساناتی شده‌اند که در شکل ۳ مشخص می‌باشد.

فیلتر کالمن همراه با ریست کردن

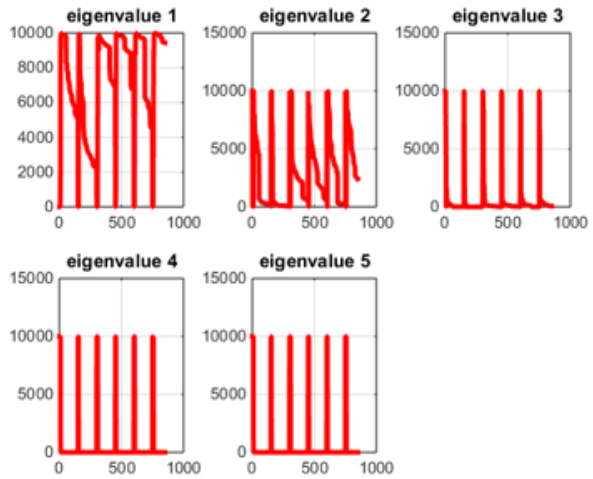
در این روش با ایجاد یک نویز مصنوعی یک ماتریس Q بدست می‌آوریم که از کوچک شدن ماتریس P در روند تخمین جلوگیری می‌کند و همگرایی به سمت مقادیر مورد نظر پارامترها بهتر و دقیق‌تر می‌شود. درواقع تنها تفاوت این روش با RLS اضافه شدن این ماتریس Q است. که فقط رابطه‌ی کواریانس تغییر می‌یابد که به صورت زیر است:

$$p^{t+1} = p^t - p^t \frac{x^{t+1} x^{t+1^T} p^t}{1 + x^{t+1^T} p^t x^{t+1}} + Q \qquad (۹)$$

برای بدست آوردن ماتریس Q ابتدا با تکنیک LS حداقل مربعات یک تخمین اولیه برای پارامترها بدست می‌آوریم سپس با بررسی تغییرات هر یک از پارامترها به ازای ورودی‌ها، کوواریانس هر یک از پارامترها را محاسبه می‌کنیم. از ۱۵۰ داده اول ماتریس داده‌های آموزش برای تخمین LS استفاده می‌کنیم. توجه داریم که در این روش فرض می‌کنیم ساختار سیستم را می‌دانیم. شکل ۵ و ۶ به ترتیب، تخمین پارامترها و همگرایی ماتریس کوواریانس را با استفاده از این فیلتر نشان می‌دهد:



شکل ۵: تخمین پارامترها با روش کالمن به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس



شکل ۶ : همگرایی مقادیر ویژه با روش کالمن به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

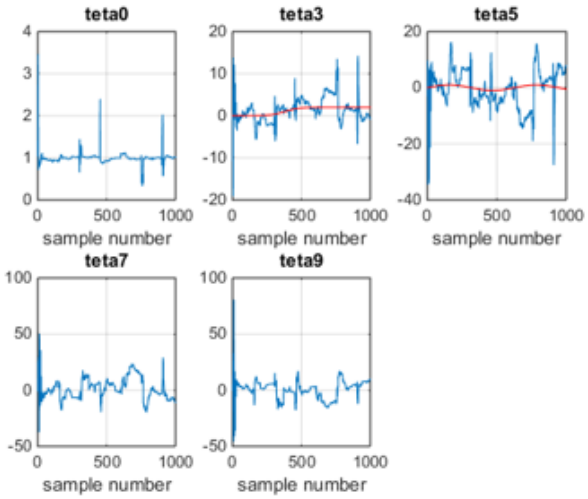
مشاهده می‌شود که به تخمین مناسبی رسیده‌ایم و خطا بسیار کم است و پارامتر متغیر نیز با خطای خیلی کمی تعقیب شده است. هم‌چنین دارای نواسانات نسبتا کمتری در مقایسه با روش‌های قبلی هستیم. مشاهده می‌شود که مقدار ویژه‌ی مربوط به پارامتر اول با ریست کردن به خوبی به سمت صفر همگرا شده است و همگرایی بهتر شده است. به عبارتی با استفاده از کالمن توانسته‌ایم با نوسانات کمتر و با دقت بالاتر به تخمین دقیق‌تری از پارامترها برسیم و ریست کردن علاوه بر خود این روش باعث تشدید سرعت همگرایی می‌شود و سریعتر همگرا می‌باشد.

حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی تطبیقی با ریست کردن

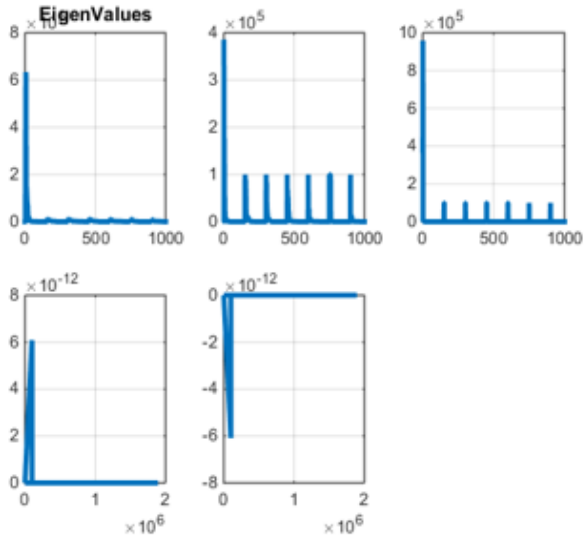
در این روش به جای استفاده از یک ضریب فراموشی ثابت از رابطه زیر استفاده می‌کنیم که در آن فاکتور فراموشی در هر مرحله آپدیت می‌شود و با توجه به تغییرات تغییر می‌کند، استفاده کرده‌ایم و نویز را با واریانس بیشتری درنظر می‌گیریم تا ببینیم تطبیق باعث همگرایی و تخمین بهتری با وجود نویز می‌شوند، در رابطه‌ی زیر معادله‌ی تطبیق برای فاکتور فراموشی را داریم:

$$\lambda = 1 - \beta e^{(-\alpha t)} \qquad (۱۰)$$

که α و β را می‌توان بر حسب خواسته تغییر داد که در این سیستم بهینه ترین حالت را درنظر گرفته‌ایم و تخمین پارامترها و همگرایی پارامترها به ترتیب در شکل ۷ و ۸ آمده است:



شکل ۷ : تخمین پارامترها با روش حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی تطبیقی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

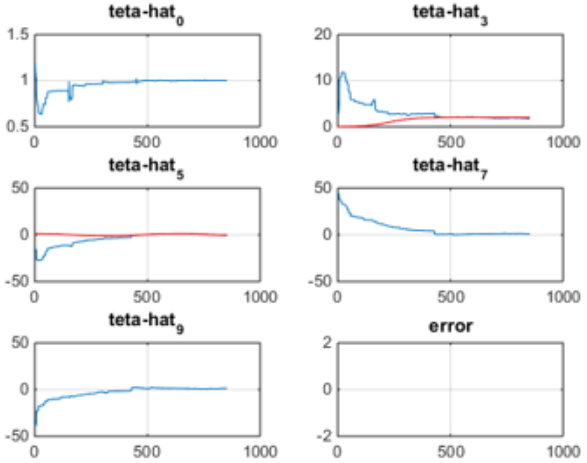


شکل ۸ : همگرایی مقادیر ویژه با روش حداقل مربعات بازگشتی به همراه فاکتور فراموشی تطبیقی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

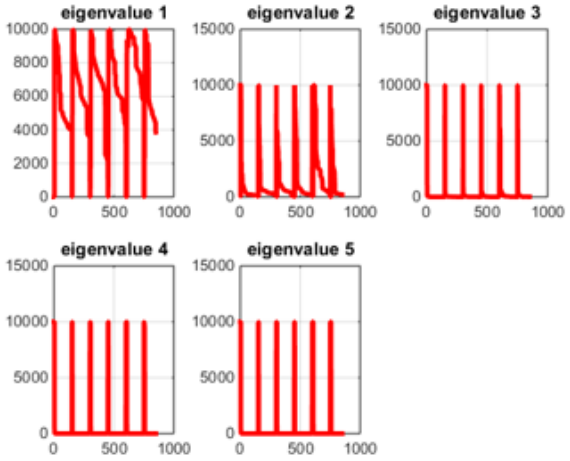
از نمودارها می‌توان دریافت با توجه به افزایش مقدار واریانس نویز، مقادیر ویژه با تقریب بسیار مناسبی به سمت صفر همگرا شده‌اند و پارامترها با خطای نسبتا کمی به سمت مقدار موردنظر میل کرده‌اند و پارامترهای متغیر به خوبی تعقیب شده‌اند و همین طور دیدیم که در روش حداقل مربعات بازگشتی با استفاده از فاکتور فراموشی تطبیقی نوسانات به طور قابل ملاحظه‌ای کم شده و دقت تخمین و سرعت همگرایی افزایش یافته است که این نتیجه بسیار قابل قبول می‌باشد.

کالمن تطبیقی همراه با ریست کردن

در این روش ماتریس Q را متناسب با هر مرحله انتخاب می‌کنیم به عبارتی کوواریانس پارامترهایی که با زمان تغییر می‌کنند را تا شماره‌ی داده‌های هر مرحله بدست می‌آوریم که نتایج زیر را در همگرایی پارامترها و تخمین پارامترها می‌بینیم که داریم:



شکل ۹: تخمین پارامترها با روش کالمن تطبیقی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس



شکل ۱۰: همگرایی مقادیر ویژه با روش کالمن تطبیقی به همراه ریست کردن ماتریس کواریانس

در نتایج بالا به این حقیقت رسیده‌ایم که با تطبیقی کردن کالمن، تخمین پارامترها با دقت بالا و نوسانات بسیار کمی انجام شده است و توانسته‌ایم در سیستمی که دارای پارامترهای متغیر با زمان و دارای شیب‌های متفاوتی می‌باشد به تخمین بسیار بهتری به نسبت حالت بدون تطبیق برسیم که می‌توانیم از این روش شناسایی مخصوصا در اغلب سیستم‌های هوافضایی که دارای پارامترهایی متغیر با زمان هستند استفاده کنیم و با تقریب بسیار مناسبی به پارامتر مورد نظر برسیم.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

باید به این نکته توجه داشت که ریست کردن ماتریس کواریانس برای تغییرات ناگهانی مفیدتر خواهد بود به شرط آنکه لحظه‌ی تغییر پارامتر را بدانیم و بلافاصله پس از آن ریست را انجام دهیم. در غیر این‌صورت ریست کردن ماتریس کواریانس به صورت پریودیک باعث می‌شود که ضربه‌ی ناگهانی به الگوریتم شناسایی وارد شده لذا حتی زمانی که تغییرات در سیستم به صورت آرام است ما نوسانات زیادی در پارامترهای تخمین داریم که این نوسانات زیاد باعث افزایش خطای تخمین قابل ملاحظه‌ای برای شناسایی خواهد شد. فاکتور فراموشی برای تغییرات نرم و پیوسته مفیدتر است. همان‌گونه که در دیاگرام‌های بخش مذکور می‌بینیم، هنگامی که پارامتر با شیب کمتری تغییر می‌نماید روش فاکتور فراموشی جواب بهتری را به ارمغان می‌آورد.

می‌دانیم با زیاد شدن شیب تابع متغیر با زمان که مربوط به تغییرات پارامتر می‌باشد، تخمین پارامتر دشوارتر خواهد شد. با مقایسه اشکال بالا به نکته حائز اهمیتی بر می‌خوریم که با متغیر در نظر گرفتن یکی از پارامترها در تخمین پارامترهای دیگر دچار مشکل شده‌ایم که دلیل آن می‌تواند این باشد که اعمال تابع متغیر با زمان سبب نوسانات به شدت زیاد شده است که توان‌های بالاتر u را نیز درگیر تخمین و نوسان شود. از طرفی اگر شیب زیاد باشد (مقدار g زیاد باشد) سبب می‌شود چون پارامتر به صورت ناگهانی تغییر می‌کند لذا سیستم تا قبل از تغییر ناگهانی آن می‌تواند سیستم را بخوبی شناسایی نماید و به طبع RLS هنگامی که ۲ پارامتر تغییر کند نمی‌تواند تخمین درستی از پارامترهای سیستم ارائه دهد.

با به موقع ریست کردن ماتریس p پاسخ بطور چشمگیری بهتر شد و خطا نیز بسیار کمتر از حالت بدون ریست است فلذا با استفاده از ریست کردن ماتریس کواریانس می‌توان حتی پارامترهای متغیر با سیستم را بخوبی ردیابی کرد.

مشاهده شد با استفاده از فاکتور فراموشی می‌توان تغییر پارامتر چه آرام و چه سریع را به صورت ردیابی با نوسانات زیاد انجام داد و همگرایی به مقادیر واقعی را تحقق بخشید، اما شایان ذکر است که در نقاطی که تغییرات پارامتر به صورت سریع رخ داده با فاکتور فراموشی نمی‌توان جلوی خطای تخمین از مقدار واقعی را گرفت ولی با استفاده از فاکتور فراموشی تطبیقی می‌توان این نوسانات را کاهش داد و با دقت بیشتری به مقدار واقعی همگرا شد.

روش ریست کردن برای تغییرات ناگهانی مناسب است، بنابراین جاهایی که تغییرات پارامترها ملایم است اغلب روش ریست کردن به تنهایی نمی‌تواند تخمین مناسبی ارائه دهد و پارامتر متغیر را تعقیب کند ولی استفاده از فاکتور فراموشی تطبیقی و یا کالمن تطبیقی با استفاده از ریست کردن چه تغییرات پارامترها ملایم و چه این تغییرات سریع باشند، مناسب می‌باشند.

تقریبا در هر قسمتی که از فاکتور فراموشی استفاده شد نتیجه نسبتا مطلوبی حاصل شد، فقط در نواحی که پارامترهای متغیر دچار تغییرات ناگهانی می‌شوند تخمین دارای نوسانات زیادی می‌شود که با تطبیقی شدن آن، این مشکل نیز تا حد قابل قبولی کاهش یافته است.

روش فیلتر کالمن در مقایسه با روش‌های دیگر موفق‌تر عمل نموده است، چه زمانی که دچار تغییرات سریع یا دچار تغییرات نرم باشیم، مزیت دیگر فیلتر کالمن در شناسایی سیستم در امکان انتخاب فاکتور فراموشی مجزا برای هر پارامتر است که در RLS به همراه فاکتور فراموشی برای تمام پارامترها به صورت یکسان عمل می‌نمود، علاوه بر این در فیلتر کالمن p(t) به طور نمایی افزایش نمی‌یابد بلکه این افزایش به صورت خطی است.

فیلتر کالمن تطبیقی دارای نتایج با دقت بالاتری حتی نسبت به خود فیلتر کالمن می‌باشد و همگرایی پارامترها نیز با سرعت بسیار بالایی انجام می‌شود.

مراجع

[1] Y. Kang, Y.Bozhao, G. liu, *Kalman Filter-based Identification of Systems with Randomly Missing Measurements and Linear Constraints*, 3rd IFAC International Conference on Intelligent Control and Automation Science, Vol 46, No20, pp 614-618,

September 2-4, 2013.
[2] Z. Masoumi, B. Moaveni, Kalman Filter Design in Structural Identification with Unknown Excitation, World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Civil and Environmental Engineering Vol:10, No:5, 2016.
[3] M.Chioua, B.Srinivasan, M.Guay, M.Perrier, Performance Improvement of Extremum Seeking Control using Recursive Least Square Estimation with Forgetting Factor, Vol: 49, No:7, pp: 424-429, 2016
[4] B.K.Das, M. Chakraborty, Improved RLS adaptive filter, Institution of Engineering and Technology, Vol: 53, No: 25, pp 121-128, 2017.
[5] Z.Liu, Ch.Li, Recursive Least Squares for Censored Regression, IEEE Transactions on Signal Processing, Vol: 65, No: 6, pp: 1565 – 1579, March 2017