هفتمین کنفرانس بین‌المللی
مهندسی قابلیت اطمینان و ایمنی

تحلیل قابلیت اعتماد ظرفیت باربری پی های روی توده سنگ با استفاده از روش شبیه سازی زیرمجموعه ای

علی غلامحسین پور[۱]، محمدحسین باقری پور[۲]

۱- دانشجوی دکتری مکانیک خاک و پی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران، alighhp@gmail.com

۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ایران، bagheri@uk.ac.ir

چکیده

از جمله گزینه های محتمل برای احداث فونداسیون سازه های عظیم می توان به پی های واقع بر روی توده سنگ اشاره کرد. در این مقاله با در نظر گرفتن یک پی روی توده سنگ به عنوان مطالعه موردی و نسبت دادن دامنه ای از مقادیر محتمل برای پارامتر های مؤثر، قابلیت اطمینان ظرفیت باربری فونداسیون بررسی شده است. روش قابلیت اعتماد مورد استفاده، شبیه سازی زیرمجموعه ای می باشد که حالت پیشرفته روش مونت کارلو می باشد. نتایج استفاده از روش شبیه سازی زیرمجموعه ای نشان دهنده کاهش زمان محاسبات و همچنین تعداد کمتر شبیه سازی و دقت بیشتر این روش در محاسبات می باشد.

واژه‌های کلیدی: قابلیت اطمینان، ظرفیت باربری، ضریب اطمینان، توده سنگ، مونت کارلو، شبیه سازی زیرمجموعه ای.

مقدمه

از جمله گزینه های محتمل برای احداث فونداسیون سازه های عظیم می توان به پی های واقع بر روی توده سنگ اشاره کرد. ظرفیت باربری این نوع از فونداسیون ها از جمله مسائل مهم مورد توجه مهندسین است که بواسطه ماهیت غیر همگن توده سنگ و عدم قطعیت پارامترهای آن، اتکا به تنها یک عدد به عنوان ضریب اطمینان منطقی بنظر نمی رسد. [۱] از طرفی مطالعات جدید نشان می دهد که قضاوت بهتر در مورد پایداری سازه بایستی متکی بر ضریب اطمینان و احتمال شکست به طور توأم باشد. این مسأله ضرورت استفاده از روش های قابلیت اعتماد پذیری را نشان می دهد. سنگ ها هم از نظر مقاومت و هم نشست نیازمند بررسی دقیقی هستند . در مقایسه با پی های واقع بر خاک ، در مورد رفتار فونداسیون های بر روی توده سنگ مطالعه کمتری انجام شده است . بنا بر این مقایسه غیر اصولی خاک و سنگ مقایسه ای صحیح نیست و صرفاً مقاوم تر بودن سنگ نمی توان مبنای مناسبی برای طراحی باشد . از این رو است که طراحی پی و درک صحیح و جامع شرایط توده سنگ ، از پر اهمیت ترین موضوعات مرتبط با مبحث پی سازی است[۲].

به طور کلی پی سازی سازه های واقع بر روی توده سنگ در مقایسه با سایر سازه ها از پیچیدگی بیشتری برخوردار بوده و نیازمند تحقیقات و برنامه ریزی دقیق تری است. این مطالعات شامل حفر گمانه ها و تونل های اکتشافی در سنگ پی، انجام آزمایش های مقاومتی سنگ به صورت در جا و آزمایشگاهی و تحلیل کامل نیرو های وارد بر پی می باشد. بدون شک بحث پی سازی مهم ترین و پیچیده ترین بخش در طراحی سازه های واقع بر روی توده سنگ است. نبود مطالعات کافی در این بخش و عدم دقت در انتخاب پارامتر های طراحی پی، عواقب ناگواری به همراه خواهد داشت. به عنوان مثال، آمار موجود در مورد سد های تخریب شده یا آسیب دیده مؤید این مطلب است که مهم ترین عامل این گونه مشکلات، شرایط نامناسب پی و طراحی غیر اصولی آن است. گسیختگی هایی که منشأ سازه ای دارند در مقایسه با گسیختگی های ناشی از طراحی نامناسب پی، درصد بسیار کمی از آمار تخریب سد ها را به خود اختصاص می دهند. این مسأله ضرورت استفاده از روش های اعتماد پذیری را نشان می دهد[۳].

مقاومت و ظرفیت باربری توده سنگ

پیش بینی احتمال وقوع انواع شکستگی های رایج در توده سنگ به پیش بینی و شناخت صحیحی از رفتار کلی توده سنگ در دراز مدت کمک می کند. در طبیعت توده سنگ ها در حقیقت سنگ های شکسته ای شامل درزه ، ترک و گسل هستند که قابل آزمایش کششی و یا فشاری نیستند و یا آن آزمایش ها بسیار مشکل هستند. هنگامی که سازه ای در درون و یا بر روی این توده سنگ ها قرار می گیرد، بایستی واکنش توده را در حالت تنش های فشاری همه جانبه بررسی نمود لذا معیار گسیختگی توده سنگ است که می تواند شرایط شکست و گسیختگی را در کل حجم سنگ که توده وار عمل می کند برآورد نماید.

به دلیل پیچیدگی های کاربرد معیار های تئوریک در پیش بینی رفتار توده سنگ، معیار های شکست تجربی متعددی برای سنگ پیشنهاد شده است. معیار شکست به طور کلی عبارت است از قانونی که رابطه بین تنش ها و خصوصیات مصالح خاک یا سنگ را در لحظه و شرایط گسیختگی و شکست بیان می کند. این معیار ها به دو صورت خطی و غیر خطی بیان می شوند. از روابط خطی مورد استفاده در مسائل عملی می توان به معیار موهر – کلمب و از روابط غیر خطی نیز می توان به معیار هوک – براون اشاره کرد. معیار غیر خطی هوک – براون از جمله معیار های تجربی است که با دقت مناسب رفتار توده سنگ را در شکست پیش بینی می کند. مطالعات انجام شده توسط نگارنده و بررسی مطالعات گذشته و گزارش های پروژه های عملی دلالت بر آن دارد که معیار شکست هوک – براون به طور وسیعی استفاده شده است. نسخه های متعددی از معیار هوک – براون از سال ۱۹۸۰تا کنون ارائه و معرفی شده است که همگی غیر خطی هستند . این معیار بر اساس تجارب حاصل از معیار های شکست سنگ سالم به دست آمد. نسخه های اولیه این معیار تنها برای سنگ های سالم کاربرد داشتند.

معیار شکست هوک – براون اصلاح شده

(Hoek and Brown, 1980) رابطه (۱) را بین تنش های اصلی حداقل و حداکثر برای تشخیص شکست در سنگ های سالم پیشنهاد کردند[۴]. معیار شکست هوک – براون جهت تخمین مقاومت برشی در محل اتصال توده سنگ ها توسعه پیدا کرد.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = (m * \sigma_3 * \sigma_{ci} + \sigma_{ci}^2)^{0.5} \qquad (۱)$$

آخرین نسخه معیار شکست *Hoek and Brown* (۲۰۰۲) [۴] مطابق رابطه زیر تعریف می گردد :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci}(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s)^a \qquad (۲)$$

$$m_b = m_i * \exp(\frac{GSI-100}{28-14D}) \qquad (۳)$$

$$s = \exp(\frac{GSI-100}{9-3D}) \qquad (۴)$$

$$a = 0.5 + \frac{1}{6}(\exp\left(\frac{-GSI}{15}\right) - \exp\left(\frac{-20}{3}\right)) \qquad (۵)$$

در روابط فوق $\sigma 1$ و $\sigma 3$ به ترتیب تنش های اصلی بزرگتر و کوچکتر، σci مقاومت فشاری تک محوره سنگ بکر است. اگر بار تنها از یک جهت بر سنگ وارد شود، مقاومت فشاری تک محوری آن تعیین می شود. *GSI* **(***Geological Strength Index***)** شاخص مقاومتی زمین شناسی است که کیفیت توده سنگ را مشخص می کند. مقدار *GSI* بستگی به ساختار توده سنگ و شرایط سطحی درزه ها دارد. کاربرد اصلی مقادیر *GSI* برای تعیین ثابت های معیار هوک – براون برای توده سنگ ها است. استفاده از *GSI* نیازمند درک صحیح جنبه های مهندسی و همچنین زمین شناسی توده سنگ است. *D* (ضریب آشفتگی و دست خوردگی توده سنگ) نیز مقداری بین صفر و یک دارد و به صورت تجربی تعیین می شود. ضریب D بستگی به عملیات احداث سازه، هوازدگی و خسارات ناشی از انفجار های احتمالی نزدیک به توده سنگ دارد. مقدار a نیز مقداری بین ۰/۵ تا ۰/۶۵ را شامل می شود.

با توجه به توضیحات فوق و مطالعات انجام شده، از روش هوک – براون جهت ارزیابی ظرفیت باربری پی های کم عمق روی توده سنگ استفاده می گردد. با مقایسه نسخه های متعدد این روش، نسخه هوک–براون اصلاح شده نسبت به سایر نسخه ها، از تکامل و جامعیت بیشتری نسبت به نسخه های قبلی برخوردار است. به گونه ای که با اصلاحات متعدد صورت گرفته برای انواع سنگ ها قابل استفاده است. لذا از بین نسخه های ذکر شده روش هوک – براون، نسخه اصلاح شده (۲۰۰۲) مورد استفاده قرار می گیرد.

روش های تحلیل احتمالاتی در ژئوتکنیک

از عواملی که استفاده از روش های احتمالاتی را در مهندسی ژئو تکنیک به امری ضروری تبدیل کرده است، می توان به تغییرات خصوصیات خاک یا سنگ در یک محدوده، تکنیک های مدل سازی، شرایط آزمایشگاهی، انتخاب پارامتر های طراحی، فرضیات استفاده شده برای ساده سازی مسأله، خطای مدل، روش های ساخت و مصالح استفاده شده اشاره کرد[۵].

مفهوم تحلیل احتمالاتی هنگامی روشن تر می گردد که در مقابل تحلیل قطعی مطرح و مورد بحث قرار گیرد. در تحلیل قطعی پارامترها معین، بدون پراکندگی و خطا در نظر گرفته می شوند. سپس با اعمال یک ضریب اطمینان پارامترهای طراحی محاسبه و استفاده می گردند. گروهی از مهندسین ژئوتکنیک بر این باورند که ضریب اطمینان دارای معنی و مفهوم فیزیکی ضعیفی است و انتخاب مقدار قانع کننده

آن دشوار است. این پارامتر نمی تواند به تنهایی نشان دهنده ایمنی سازه باشد. مخصوصاً وقتی که پارامترهای ورودی تحلیل دارای نامعینی و پراکندگی در توزیع خود باشند، در این موارد از تحلیل اعتمادپذیری استفاده می شود.

وقتی نامعینی و خطاها در اندازه گیری پارامترها به حدی باشد که میزان اعتبار محاسبات را کاهش دهد، استفاده از روش تحلیل احتمالاتی برای اطمینان سنجی جواب های بدست آمده از محاسبات، راه حلی مناسب است. روش های ارائه شده برای تحلیل احتمالاتی، مبتنی بر وجود نامعینی به علت نقص دانش بشری و اطلاعات کافی از خواص مصالح و شرایط بارگذاری می باشد. از نتایج احتمالاتی در برآورد ایمنی و آنالیز هزینه استفاده می شود [۶]. در مهندسی عمران ضریب اطمینان معمولاً براساس تجربه و رسیدن به سازه های کاملاً مطمئن انتخاب می شوند. بنابراین خرابی ها در اثر اشتباهات و یا نقص دانش فنی و یا ضعف در اجرا رخ می دهد. تحلیل و طراحی نیز برای رسیدن به اطمینان عدم خرابی و با توجه به خواست عمومی جامعه و هزینه ای که بر آن می پردازد انجام می پذیرد. تحلیل احتمالاتی و اطمینان سنجی به علت مسائل اقتصادی و همچنین ایمنی بیشتر در مهندسی عمران مورد توافق قرار گرفته است؛ مخصوصاً در ژئوتکنیک که منابع نامیعنی زیاد است. نامعینی در مهندسی ژئوتکنیک و مخصوصاً در مهندسی مکانیک سنگ عوامل مختلف بسیار دارد. برخی مانند: جزئیات زمین شناسی، تحلیل را بسیار پیچیده می کنند و برخی دیگر مثل پراکندگی خواص مصالح را می توان در آنالیز آماری در نظر گرفت[۷].

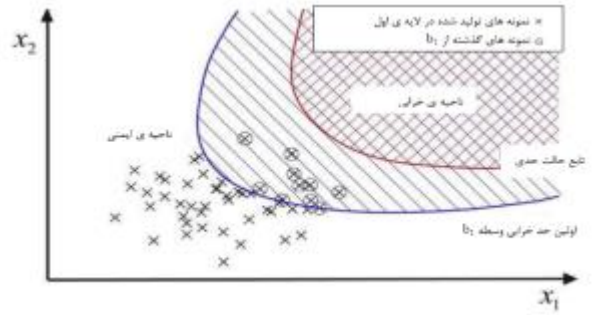
مشخصه های احتمالاتی خواص توده سنگ بسیار پیچیده تر از خاک است. تغییرات فاصله ای توده سنگ تحت تاثیر خواص سنگ بکر، پراکندگی ترک های بین سنگ ها و خواص مصالح در محل های اتصال قرار دارند. یک مدل برای سنگ باید بتواند تغییر پذیری مقاومت ترک ها و مهمتر از آن تغییر پذیری فاصله ای طول وجهت ترک ها را توصیف کند[۸].

در این تحقیق از آنالیز اعتماد پذیری که عدم قطعیت پارامتر ها و مدل انتخابی را مد نظر قرار می دهد استفاده گردیده و در ادامه مورد بررسی قرار گرفته است.

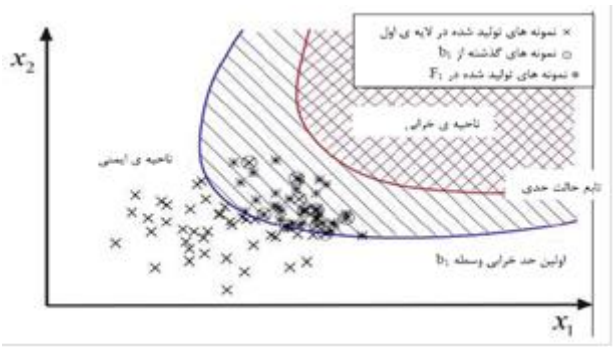
روش شبیه سازی زیرمجموعه ای

در این روش شبیه سازی رخداد پیشامد خرابی $\mathbf{F(x)<G(x)}$ که در آن $\mathbf{F(x)}$ تابع حالت حدی متغیرهای تصادفی $\mathbf{\{x_i\ ,\ i=1,\dots,n\}}$ می باشد. فرض می شود که در این روش در مرحله اول شبیه سازی با استفاده از روش مونت کارلو به تعداد محدودی نمونه تصادفی انجام می شود و جواب های مرحله اول را به صورت یک توالی نزولی یا صعودی بر اساس تابع حالت حدی در مجموعه ی $\mathbf{F_1(x)}$ مرتب می کنیم. همانگونه که در شکل (۱) نشان داده شده است که به عنوان اولین مرحله از رخدادهای خرابی واسطه انتخاب می شود. در این مرحله با تعیین احتمال شکست مورد نظر مرحله اول $\mathbf{(P_1)}$، پاسخ های واقع شده در ناحیه ایمنی حذف می شوند.

در مرحله دوم ، متغیرهای ورودی تصادفی متناظر با پاسخ های باقی مانده شبیه سازی $\mathbf{(N_i)}$ به عنوان متغیر های ورودی جدید انتخاب می شوند. این متغیر ها به عنوان داده های زنجیره مارکوف جهت تولید متغیر های جدید استفاده می شوند و برای هر داده به تعداد $\mathbf{(1/P_i)}$ متغیر جدید در مرحله تولید می شود. به عبارتی تعداد متغیر های ایجاد شده در هر مرحله $\mathbf{(N=N_i/P_i)}$ می باشند. این روند تا رسیدن به شکست نهایی ادامه می یابد.



شکل ۱: تولید نمونه در لایه اول شبیه سازی زیرمجموعه ای و تعیین حد خرابی واسطه ی اول



شکل ۲: تولید نمونه در F1

برای محاسبه احتمال شکست نهایی، با توجه به شرطی بودن متغیر ها و زیر مجمعه بودن آنها نسبت به مرحله قبلی، در نتیجه بنابر تئوری مجموعه ها می توان احتمال خرابی را به صورت زیر نوشت :

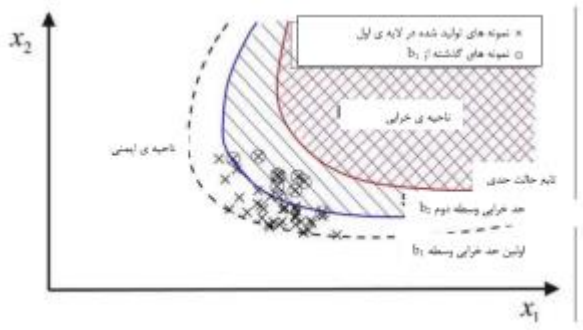
$$F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_n \qquad (۶)$$

$$P_f = P(F) = P\ (F_n \mid F_{n-1})\ P(F_{n-1}) = \dots = P(F_1)\ \Pi\ P\ (F_{i+1} \mid F_i) \qquad (۷)$$

معادله (۷) نشان میدهد که احتمال خرابی برابر حاصل ضرب یک توالی از احتمالات شرطی (i=1,2,…,n) می باشد. ایده ی شبیه سازی زیرمجموعه ای بدست آوردن احتمال خرابی به وسیله ی برآورد این احتمالات شرطی می باشد. با انتخاب مقادیر مناسب احتمالات واسطه، احتمالات شرطی موجود در معادله ی (۷) به اندازه ی کافی بزرگ خواهند بود تا با روش شبیه سازی مونت کارلو برآورد گردند. به این ترتیب مشکل برآورد احتمال خرابی کوچک در فضای اصلی مساله با یک توالی از احتمالات شرطی دارای فراوانی بیشتر ، در فضای احتمالات شرطی، جایگزین می شود. در رابطه (۷) ، P(F1) را می توان به وسیله رابطه ی (۸) برآورد کرد که در آن N_1 تعداد کل نمونه ها و N_t تعداد شکست های مرحله یک می باشد.

$$P(F_1) = (N_t/N_1) \qquad (۸)$$

همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده است محاسبه ی P_1 در یک مثال دو بعدی به صورت شماتیک نشان داده شده است. نمونه های تصادفی تولید شده به وسیله ی مونت کارلو در لایه ی اول شبیه سازی (F_1) با × و نمونه هایی که از اولین حد خرابی واسطه گذشته اند با Θ نشان داده شده اند. به طور مشابه احتمالات شرطی P_i در معادله ی (۷) به وسیله ی تولید نمونه از تابع چگالی احتمال شرطی مرحله **i-1** قابل برآورد هستند. به طور شماتیک نمونه گیری در لایه ی دوم شبیه سازی در شکل (۳) برای یک مساله ی دو بعدی نشان داده شده است. نمونه های تولید شده در لایه شکست F_2 با نماد * نشان داده شده اند.



شکل ۳: تعیین حد خرابی واسطه ی دوم و احتمال شرطی لایه ی اول

شبیه سازی مطالعه موردی

در بخش های قبل روش های اعتماد پذیری و پارامتر های مرتبط با این روش ها مورد بررسی قرار گرفته اند. به منظور مقایسه روش های اعتماد پذیری و بررسی دقت نتایج هر یک از این روش ها، ابتدا مطالعات موردی برای توده سنگ مورد مطالعه انجام شده و برای مقادیر مختلف، احتمال شکست و ضریب اطمینان با استفاده از روش مونت کارلو و زیرمجموعه ای به دست آمده است. به دلیل ارائه مقدار تنش فشاری وارده در مطالعات این منطقه، امکان مقایسه نتایج حاصل از محاسبات با تنش وارده امکانپذیر می باشد و در نتیجه اعتبار سنجی نتایج به خوبی میسر می باشد.

توده سنگ مورد مطالعه مربوط به منطقه ای در ترکیه از نوع آندزیت سیاه (Black Andesite) است که در شکل (۴) مشخص شده است. در این منطقه به طور غالب از نوع آندزیت است. در این منطقه، از این سنگ به علت قابلیت دوام خوب به طور گسترده در ساخت و ساز و مخصوصاً بستر و تکیه گاه پی ها استفاده می شود.

شکل ۴: توده سنگ مورد مطالعه [۹]

در رابطه هوک – براون اصلاح شده (۲۰۰۲) که در این مقاله استفاده می شود، تمام پارامتر های مؤثر به صورت متغیر تصادفی در نظر گرفته می شوند. بدین گونه که پارامتر مقاومت فشاری تک محوری σ_{ci} به صورت مستقیم در رابطه تأثیر گذار است. مقاومت فشاری تک محوری سنگ که یکی از شاخص های مهم خواص مکانیکی سنگ ها می باشد از طریق آزمایشاتی نظیر آزمایش فشاری تک محوری در آزمایشگاه و یا به طریق آزمایش بارگذاری نقطه ای حاصل می شود که می تواند دارای عدم اطمینان (خطای انسانی یا اندازه گیری) باشد. فاکتور های m , s , a نیز خود وابسته به مقادیر GSI , mi , D می باشند. به همین دلیل این سه پارامتر نیز به عنوان متغیر های تصادفی در نظر گرفته می شوند. همچنین عدم قطعیت پارامتر های مؤثر در رابطه ظرفیت باربری در جدول شماره (۱) نشان داده شده است .

جدول ۱: عدم قطعیت پارامتر های استفاده شده

پارامتر	میانگین	انحراف معیار
GSI	۵۲	۱/۳۵۵
σ_{ci} (MPa)	۵۳	۱/۵
m_i	۷/۱	۱/۵۱۳
D	۰/۷	۰/۳۹۲

برای محاسبه احتمال شکست با استفاده از روش های شبیه سازی مونت کارلو و زیرمجموعه ای، با استفاده از برنامه نویسی MATLAB پروسه محاسبه این روش ها نوشته شده است. نتایج

حاصل از روش های شبیه سازی در جدول (۲) نشان داده شده اند. در این مطالعه تعداد پیش فرض های شبیه سازی روش زیرمجموعه ای **n=۳۰۰۰** و با احتمال شکست هر زیرمجموعه Pf=۰/۱ در نظر گرفته شده است. تعداد حلقه های زنجیره مارکوف در هر مرحله ۳۰۰ عدد و به طور کلی ۱۰ مرحله انجام شده است.

جدول ۲: نتایج حاصل از روش های شبیه سازی مونت کارلو و زیرمجموعه ای

روش شبیه سازی	تعداد تکرار	میانگین ظرفیت باربری(*Mpa*)	احتمال شکست	میانگین ضریب اطمینان
مونت کارلو	۱۰^۵	۹/۳۶۷	۰/۰۱۰۶	۲/۲۷۴
	۱۰^۶	۹/۴۵۲	۰/۰۰۷۵	۱/۵۸۸
زیرمجموعه ای	۳*۱۰^۴	۱۰/۱۳	۰/۰۰۰۱	۱/۳۳۹

برای بررسی صحت نتایج، مقادیر حاصل از روش های اعتماد پذیری را با روش قطعی (هوک – براون) مقایسه می کنیم. در این حالت مقادیر میانگین داده ها را در رابطه ظرفیت باربری وارد می کنیم که نتایج زیر بدست می آیند:

$$q_u = \sigma_{ci} * s^a[(m * s^{a-1})^a + 1] = 10.69 \text{Mpa} \quad (۹)$$

$$m_b = m_i * exp(\frac{GSI-100}{28-14D}) = 0.722 \quad (۱۰)$$

$$s = exp(\frac{GSI-100}{9-3D}) = 0.0017 \quad (۱۱)$$

$$a = 0.5 + \frac{1}{6}(exp\left(\frac{-GSI}{15}\right) - exp\left(\frac{-20}{3}\right)) = 0.505 \quad (۱۲)$$

همان طور که ملاحظه می شود روش شبیه سازی زیرمجموعه ای با تعداد کمتر و زمان کمتری نسبت به روش مونت کارلو نتایج دقیق تری و نزدیک به روش قطعی حاصل می شود.

خلاصه و نتیجه گیری

در تحلیل ظرفیت باربری پی های روی توده سنگ با استفاده از روش های قطعی، عدم قطعیت های موجود در سنگ نادیده گرفته می شوند و لذا جواب های دقیقی بدست نمی آید. در نتیجه با استفاده از ضرائب اطمینان، جواب های قابل اعتمادتری را بدست می آورند. این مسأله ضرورت استفاده از روش های اعتماد پذیری را نشان می دهد. در این تحقیق ظرفیت باربری پی های روی توده سنگ با استفاده از روش های احتمالاتی بررسی شده است و به عنوان نمونه توده سنگی در منطقه آنکارای ترکیه مطالعه شده است. با مقایسه حاصل از روش های مختلف ظرفیت باربری، روش هوک براون اصلاح شده (۲۰۰۲) انتخاب شده است. همچنین روش احتمالاتی مورد نظر نیز، روش مونت کارلو و زیرمجموعه ای انتخاب شده است. با بررسی نتایج بدست آمده مشاهده می شود که در صورت استفاده از روش های اطمینان پذیری، خروجی طراحی قابل اعتمادتر و سازه ها علاوه بر حفظ پایداری و ایمنی از نظر اقتصادی به صرفه تر خواهد شد. با مقایسه نتایج روش طراحی قطعی و روش طراحی بر اساس داده های آماری انجام شده مشاهده می شود که استفاده از ضریب اطمینان ، روشی محافظه کارانه است و حتی در بسیاری موارد باعث افزایش هزینه های جاری پروژه ها می شود . نتایج استفاده از روش شبیه سازی زیرمجموعه ای نشان دهنده کاهش زمان محاسبات و همچنین تعداد کمتر شبیه سازی و دقت بیشتر این روش می باشد.

مراجع

[۱] فهیمی فر ، ا , سروش ، ح . اصول طراحی پی در سد سازی ، انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر ، چاپ دوم ، زمستان ۱۳۸۹.

[2] Ching .J and Hu. Y, Reliability-based design for allowable bearing capacity of footings on rock masses by considering angle of distortion , International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. No 48 ,pp 728-740 , 2011.

[3] Prakoso. W. A. , Kulhawy. F. H., Bearing Capacity of Strip Footing on Jointed Rock Masses , ASCE, pp 1347-1349 , 2004.

[4] Hoek, E. A Brief History of the Hoek-Brown Failure Criterion, Accessed through the program RocLab. Soils and Rocks, 2, 23-35. 2007.

[5] fenton, A. & Griffiths, D.V. Risk Assessment in Geotechnical Engineering. John Wiley & Sons. ISBN: 9780470178201 ,2008.

[6] Beacher, G.B. & Christian, J.T. Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. John Wiley & Sons. ISBN: 978-0-471-49833-9. 2003.

[7] Kate. J. M. , Nigam. P. K., Comparative Study of Bearing Capacity Estimates of a Footing on Jointed Rock Mass by Different Approaches ,Proceeding of 12th Conference of IACMAG , pp 3133-3139. 2008.

[8] Fenton. A. , Griffiths D.V.. Risk Assessment in Geotechnical Engineering , John Wiley & Sons , 2008.

[9] Mehmet, S. Estimating rock mass properties using Monte Carlo simulation: Ankara andesites. Computers & Geosciences 36, 959–969. 2010.